

ELiTM Informatyka 22.01.2003 16:15 grupa A
WSZYSTKIE ODPOWIEDZI NALEŻY UZASADNIĆ.

1. (4 pkt) Niech $X = \{1, \dots, n\}$, X^X - zbiór funkcji ze zbioru X w X . Definiujemy relację \sim na zbiorze X^X , $f, g \in X^X$, $f \sim g \Leftrightarrow f(X) = g(X)$. Udowodnić, że \sim jest relacją równoważności. Podać klasy abstrakcji relacji \sim oraz ich liczbę.

2. (3 pkt) Podać moc zbioru $\{f : \mathbb{N} \rightarrow \{0, 1\} : \exists k \in \mathbb{N} \forall i > k f(i) = f(i - k)\}$.

3. (3 pkt) Który z podanych zbiorów jest większej mocy: $A = tg^{-1}(\mathbb{N})$, $B = \{0, 1\}^{\mathbb{Q}}$?

4. (4 pkt) Niech \preceq będzie relacją częściowego porządku określoną na zbiorze $(\mathbb{N} \setminus \{0\}) \times (\mathbb{N} \setminus \{0\})$ w następujący sposób: $(a, b) \preceq (c, d) \Leftrightarrow \frac{a}{b} < \frac{c}{d} \vee (\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \wedge a \leq c)$. Czy jest to a) liniowy porządek b) dobry porządek? Podać elementy graniczne (tzn. takie dla których nie istnieje poprzednik).

5. (4 pkt) Niech $P = \{1, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 12\}$, niech \preceq będzie relacją częściowego porządku określoną na P w następujący sposób: $a \preceq b \Leftrightarrow a + 3 \leq b \vee a = b$. Udowodnić że relacja \preceq jest relacją częściowego porządku. Narysować diagram Hassego zbioru P . Wskazać elementy największy, najmniejszy, maksymalne, minimalne, $\sup(4, 5)$, $\inf(7, 9)$, o ile istnieją. Czy P jest kratą?

ELiTM Informatyka 22.01.2003 16:15 grupa B
WSZYSTKIE ODPOWIEDZI NALEŻY UZASADNIĆ.

1. (4 pkt) Niech $X = \{1, \dots, n\}$, X^X - zbiór funkcji ze zbioru X w X . Definiujemy relację \sim na zbiorze X^X , $f, g \in X^X$, $f \sim g \Leftrightarrow f^{-1}(\{1\}) = g^{-1}(\{1\})$. Udowodnić, że \sim jest relacją równoważności. Podać klasy abstrakcji relacji \sim oraz ich liczbę.

2. (3 pkt) Podać moc zbioru $\{f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Q} : \forall i > 1 f(i) = f(i - 1) + f(i - 2)\}$.

3. (3 pkt) Który z podanych zbiorów jest większej mocy: $A = \sin^{-1}(\mathbb{Q})$, $B = \{0, 1\}^{\mathbb{N}}$?

4. (4 pkt) Niech funkcja $\alpha : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ przyporządkowuje każdej liczbie naturalnej sumę jej cyfr (w zapisie dziesiętnym). Niech \preceq będzie relacją częściowego porządku określoną na zbiorze \mathbb{N} w następujący sposób: $a \preceq b \Leftrightarrow \alpha(a) < \alpha(b) \vee (\alpha(a) = \alpha(b) \wedge a \leq b)$. Czy jest to a) liniowy porządek b) dobry porządek? Podać elementy graniczne (tzn. takie dla których nie istnieje poprzednik).

5. (4 pkt) Niech $P = \{0, 1, 2\} \times \{0, 1, 2\}$, niech \preceq będzie relacją częściowego porządku określoną na P w następujący sposób: $(a, b) \preceq (c, d) \Leftrightarrow a \leq c \wedge b \geq d$. Udowodnić że relacja \preceq jest relacją częściowego porządku. Narysować diagram Hassego zbioru P . Wskazać elementy największy, najmniejszy, maksymalne, minimalne, $\sup\{(0, 1), (2, 1)\}$, $\inf\{(0, 1), (2, 1)\}$, o ile istnieją. Czy P jest kratą?