ELiTM Informatyka O1 i O2 28.01.2004 godz 14:15 **A**

1. Dla funkcji $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ określonej wzorem: $f(x,y) = \sin x + \sin y$ wyznaczyć obraz $f(\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : y - x = \frac{\pi}{2} + 4k\pi;\ k \in \mathbb{N}\})$ i przeciwobrazy $f^{-1}(\{0\})$, $f^{-1}([2,5))$. Narysować w układzie współrzędnych zbiór $f^{-1}([0,5])$. (wsk. $\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$).

2. Narysować w układzie współrzędnych zbiory $\bigcup_{k>0}\bigcap_{n>0} A_{k,n}$ i $\bigcap_{k>0}\bigcup_{n>0} A_{k,n}$,
gdzie $A_{k,n} = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x, y > 0,\ y < kx^n,\ k, n \in \mathbb{N}\}$

3. Niech $A, B \subset \mathbb{N}$, $A \sim B \Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{Z}\ A = \{x + k : x \in B\}$. Wykazać, że $\sim$ jest relacją równoważności. Znaleźć klasy abstrakcji: $[\{1\}]_\sim$, $[\mathbb{N}]_\sim$.

4. Niech $X_k = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{N}^3 : 1 \leqslant x_1 < x_2 < x_3 \leqslant k\}$, $(a_1, a_2, a_3) \preceq (b_1, b_2, b_3) \Leftrightarrow a_1 \leqslant b_1 \wedge a_2 \leqslant b_2 \wedge a_3 \leqslant b_3$. Udowodnić, że a) $\preceq$ jest relacją częściowego porządku b) $(X_k, \preceq)$ tworzy kratę dla dowolnego k. Narysować diagram Hassego zbioru $(X_5, \preceq)$.

ELiTM Informatyka O1 i O2 28.01.2004 godz 14:15 **B**

1. Dla funkcji $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ określonej wzorem: $f(x,y) = \sin x \cdot \cos y$ wyznaczyć obraz $f(\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : y + x = \frac{\pi}{2} + 4k\pi;\ k \in \mathbb{N}\})$ i przeciwobrazy $f^{-1}(\{0\})$, $f^{-1}([1,5))$. Narysować w układzie współrzędnych zbiór $f^{-1}([0,5])$.

2. Narysować w układzie współrzędnych zbiory $\bigcup_{k>0}\bigcap_{n>0} A_{k,n}$ i $\bigcap_{k>0}\bigcup_{n>0} A_{k,n}$,
gdzie $A_{k,n} = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x, y > 0,\ y < k\sqrt[n]{x},\ k, n \in \mathbb{N}\}$

3. Niech $A, B \subset \mathbb{N}$, $A \sim B \Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{Q} \setminus \{0\}\ A = \{x \cdot k : x \in B\}$. Wykazać, że $\sim$ jest relacją równoważności. Znaleźć klasy abstrakcji: $[\{1\}]_\sim$, $[\mathbb{N}]_\sim$.

4. Dla $\emptyset \neq A, B \subset \mathbb{N}$ $A \preceq B \Leftrightarrow \max A \leqslant \min B \vee A = B$. Udowodnić, że a) $\preceq$ jest relacją częściowego porządku b) $(\mathcal{P}(\mathbb{N}), \preceq)$ tworzy kratę. Narysować diagram Hassego zbioru $(\mathcal{P}(\{1,2,3\}), \preceq)$. $\mathcal{P}(A) = \{X \subset A : X \neq \emptyset\}$.