

P12 K2 25.01.2005 godz. 8:15 **A**

1. Dla $a, b \in \mathbb{R}$, $A_{a,b} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x > 0, y \leq ax(x - b)\}$ wyznaczyć:

$$\bigcup_{a>0} \bigcap_{b>0} A_{a,b}, \bigcap_{a>0} \bigcup_{b>0} A_{a,b}, \bigcap_{b>0} \bigcup_{a>0} A_{a,b}, \bigcup_{b>0} \bigcap_{a>0} A_{a,b}$$

2. Niech $f : (\mathbb{N} \setminus \{0\}) \times (\mathbb{N} \setminus \{0\}) \rightarrow \mathbb{N}$ będzie dana wzorem $f(x, y) = \lfloor \frac{x}{y} \rfloor$. Wyznaczyć $f(A)$ oraz $f^{-1}(f(A))$ dla $A = \{(x, y) : 2 \leq y \leq 3 \leq x \leq 5\}$.

3. Niech $X = \{1, \dots, 10\}$, $f, g \in X^X$, $f \preceq g \Leftrightarrow f(X) \subseteq g(X)$. Czy relacja \preceq jest relacją częściowego porządku na X^X ?

4. Niech a, b będą ciągami zero-jedynkowymi długości 100. Dana jest relacja równoważności $a \sim b \Leftrightarrow |\{i : a(i) = b(i)\}|$ jest liczbą parzystą. Znajdź klasy abstrakcji tej relacji. Udowodnij, że jest to relacja równoważności.

5. Narysuj diagram Hassego dla zbioru dzielników liczby 48 i relacji \preceq :

$$x \preceq y \Leftrightarrow x = y \vee (\exists z x > z > y \wedge y | z \wedge z | x).$$

P12 K2 25.01.2005 godz. 8:15 **B**

1. Dla $a, b \in \mathbb{R}$, $A_{a,b} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x > 0, y \geq ax(x - b)\}$ wyznaczyć:

$$\bigcup_{a>0} \bigcap_{b>0} A_{a,b}, \bigcap_{a>0} \bigcup_{b>0} A_{a,b}, \bigcap_{b>0} \bigcup_{a>0} A_{a,b}, \bigcup_{b>0} \bigcap_{a>0} A_{a,b}$$

2. Niech $f : (\mathbb{N} \setminus \{0\}) \times (\mathbb{N} \setminus \{0\}) \rightarrow \mathbb{N}$ będzie dana wzorem $f(x, y) = \lceil \frac{x}{y} \rceil$. Wyznaczyć $f(A)$ oraz $f^{-1}(f(A))$ dla $A = \{(x, y) : 2 \leq y \leq 3, 4 \leq x \leq 5\}$.

3. Niech $X = \{1, \dots, 10\}$, $f, g \in X^X$, $f \preceq g \Leftrightarrow f^{-1}(\{1\}) \subseteq g^{-1}(\{1\})$. Czy relacja \preceq jest relacją częściowego porządku na X^X ?

4. Niech a, b będą ciągami zero-jedynkowymi długości 100. Dana jest relacja równoważności $a \sim b \Leftrightarrow |\{i : a(i) \neq b(i)\}|$ jest liczbą parzystą. Znajdź klasy abstrakcji tej relacji. Udowodnij, że jest to relacja równoważności.

5. Narysuj diagram Hassego dla zbioru dzielników liczby 54 i relacji \preceq :

$$x \preceq y \Leftrightarrow x = y \vee (\exists z x < z < y \wedge x | z \wedge z | y).$$