1. Niech $f : \mathbb{R}_+^2 \to \mathbb{R}$ będzie dana wzorem $f(x,y) = \ln(x \cdot y)$. Czy funkcja f jest różnowartościowa? Wyznaczyć $f(A)$ oraz $f^{-1}(f(A))$ dla $A = (1,e) \times (1,e)$.

2. Dla $a,b \in \mathbb{R}$, $A_{a,b} = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x > 0, y \leqslant ax - b(a-1)\}$ wyznaczyć:

$$\bigcup_{a>0}\bigcap_{b>0} A_{a,b},\ \bigcap_{a>0}\bigcup_{b>0} A_{a,b},\ \bigcap_{b>0}\bigcup_{a>0} A_{a,b},\ \bigcup_{b>0}\bigcap_{a>0} A_{a,b}$$

3. Dwa odcinki $(a,b]$, $(c,d]$ są ze sobą w relacji $\sim$ wtedy i tylko wtedy gdy $\frac{a+b}{2} = \frac{c+d}{2}$. Udowodnić, że $\sim$ jest relacją równoważności, znaleźć klasę abstrakcji odcinka $(0,1]$ oraz iloczyn i sumę wszystkich odcinków należących do tej klasy abstrakcji.

4. Narysować diagram Hassego zbioru $(P, \preceq)$ gdzie: $P = \{0,1,2,3\} \times \{0,1,2,3\}$ i $(a,b) \preceq (c,d)$ wtedy i tylko wtedy gdy $\min(a,b) < \min(c,d) \vee (a,b) = (c,d)$. Znaleźć elementy maksymalne, minimalne, największy, najmniejszy.

5. Niech $\sim$ będzie relacją równoważności w zbiorze liczb naturalnych. Dana jest funkcja $f(x) = \min[x]_\sim$ (najmniejszy element w klasie abstrakcji elementu x). Dla jakich relacji $\sim$ funkcja f jest różnowartościowa? Odpowiedź uzasadnić.

1. Niech $f : \mathbb{R}_+^2 \to \mathbb{R}$ będzie dana wzorem $f(x,y) = \ln(x \cdot y)$. Czy funkcja f jest różnowartościowa? Wyznaczyć $f(A)$ oraz $f^{-1}(f(A))$ dla $A = (1,e) \times (1,e)$.

2. Dla $a,b \in \mathbb{R}$, $A_{a,b} = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x > 0, y \leqslant ax - b(a-1)\}$ wyznaczyć:

$$\bigcup_{a>0}\bigcap_{b>0} A_{a,b},\ \bigcap_{a>0}\bigcup_{b>0} A_{a,b},\ \bigcap_{b>0}\bigcup_{a>0} A_{a,b},\ \bigcup_{b>0}\bigcap_{a>0} A_{a,b}$$

3. Dwa odcinki $(a,b]$, $(c,d]$ są ze sobą w relacji $\sim$ wtedy i tylko wtedy gdy $\frac{a+b}{2} = \frac{c+d}{2}$. Udowodnić, że $\sim$ jest relacją równoważności, znaleźć klasę abstrakcji odcinka $(0,1]$ oraz iloczyn i sumę wszystkich odcinków należących do tej klasy abstrakcji.

4. Narysować diagram Hassego zbioru $(P, \preceq)$ gdzie: $P = \{0,1,2,3\} \times \{0,1,2,3\}$ i $(a,b) \preceq (c,d)$ wtedy i tylko wtedy gdy $\min(a,b) < \min(c,d) \vee (a,b) = (c,d)$. Znaleźć elementy maksymalne, minimalne, największy, najmniejszy.

5. Niech $\sim$ będzie relacją równoważności w zbiorze liczb naturalnych. Dana jest funkcja $f(x) = \min[x]_\sim$ (najmniejszy element w klasie abstrakcji elementu x). Dla jakich relacji $\sim$ funkcja f jest różnowartościowa? Odpowiedź uzasadnić.

1. Niech $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}_+$ będzie dana wzorem $f(x,y) = e^{x+y}$. Czy funkcja f jest różnowartościowa? Wyznaczyć $f(A)$ oraz $f^{-1}(f(A))$ dla $A = (0,1) \times (0,1)$.

2. Dla $a,b \in \mathbb{R}$, $A_{a,b} = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x > 0, y \geqslant ax - b(a-1)\}$ wyznaczyć:

$$\bigcup_{a>0}\bigcap_{b>0} A_{a,b},\ \bigcap_{a>0}\bigcup_{b>0} A_{a,b},\ \bigcap_{b>0}\bigcup_{a>0} A_{a,b},\ \bigcup_{b>0}\bigcap_{a>0} A_{a,b}$$

3. Dwa odcinki $(a,b]$, $(c,d]$ $(a,c > 0)$ są ze sobą w relacji $\sim$ wtedy i tylko wtedy gdy $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{c \cdot d}$. Udowodnić, że $\sim$ jest relacją równoważności, znaleźć klasę abstrakcji odcinka $(1,2]$ oraz iloczyn i sumę wszystkich odcinków należących do tej klasy abstrakcji.

4. Narysować diagram Hassego zbioru $(P, \preceq)$ gdzie: $P = \{0,1,2,3\} \times \{0,1,2,3\}$ i $(a,b) \preceq (c,d)$ wtedy i tylko wtedy gdy $\max(a,b) < \max(c,d) \vee (a,b) = (c,d)$. Znaleźć elementy maksymalne, minimalne, największy, najmniejszy.

5. Niech $\sim$ będzie relacją równoważności w zbiorze liczb naturalnych. Dana jest funkcja $f(x) = \min[x]_\sim$ (najmniejszy element w klasie abstrakcji elementu x). Dla jakich relacji $\sim$ zachodzi $f(\mathbb{N}) = \mathbb{N}$? Odpowiedź uzasadnić.

1. Niech $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}_+$ będzie dana wzorem $f(x,y) = e^{x+y}$. Czy funkcja f jest różnowartościowa? Wyznaczyć $f(A)$ oraz $f^{-1}(f(A))$ dla $A = (0,1) \times (0,1)$.

2. Dla $a,b \in \mathbb{R}$, $A_{a,b} = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x > 0, y \geqslant ax - b(a-1)\}$ wyznaczyć:

$$\bigcup_{a>0}\bigcap_{b>0} A_{a,b},\ \bigcap_{a>0}\bigcup_{b>0} A_{a,b},\ \bigcap_{b>0}\bigcup_{a>0} A_{a,b},\ \bigcup_{b>0}\bigcap_{a>0} A_{a,b}$$

3. Dwa odcinki $(a,b]$, $(c,d]$ $(a,c > 0)$ są ze sobą w relacji $\sim$ wtedy i tylko wtedy gdy $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{c \cdot d}$. Udowodnić, że $\sim$ jest relacją równoważności, znaleźć klasę abstrakcji odcinka $(1,2]$ oraz iloczyn i sumę wszystkich odcinków należących do tej klasy abstrakcji.

4. Narysować diagram Hassego zbioru $(P, \preceq)$ gdzie: $P = \{0,1,2,3\} \times \{0,1,2,3\}$ i $(a,b) \preceq (c,d)$ wtedy i tylko wtedy gdy $\max(a,b) < \max(c,d) \vee (a,b) = (c,d)$. Znaleźć elementy maksymalne, minimalne, największy, najmniejszy.

5. Niech $\sim$ będzie relacją równoważności w zbiorze liczb naturalnych. Dana jest funkcja $f(x) = \min[x]_\sim$ (najmniejszy element w klasie abstrakcji elementu x). Dla jakich relacji $\sim$ zachodzi $f(\mathbb{N}) = \mathbb{N}$? Odpowiedź uzasadnić.