MD 5 Planarność

5.1 Niech $t(G)$ oznacza grubość grafu G: $t(G) = \min_k\{$ istnieje k grafów $H_1, H_2, \ldots, H_k$ takich, że $E(G) = E(H_1) \cup E(H_2) \cup \ldots \cup E(H_k)$ oraz $H_1, \ldots H_k$ są płaskie $\}$.
Pokazać, że $t(G) \geqslant \left\lceil \frac{e(G)}{3|G|-6} \right\rceil$.

5.2 Pokazać, że jeśli $|G| \geqslant 11$ to G lub $\overline{G}$ nie jest grafem płaskim.

5.3 Czy istnieje dwudzielny 3-regularny graf planarny?

5.4 Udowodnić, (nie korzystając z twierdzenia o czterech kolorach) że jeśli planarny graf G nie zawiera trójkąta to $\chi(G) \leqslant 4$.

5.5 Udowodnić (nie korzystając z twierdzenia o 4 kolorach) Twierdzenie o 4 kolorach dla ubogich: Dla dowolnego ułożenia jednakowych monet na płaszczyźnie definiujemy graf: wierzchołkami tego grafu są monety, między dwoma wierzchołkami jest krawędź gdy odpowiadające im monety się stykają. Wykazać, że liczba chromatyczna takiego grafu nie przekracza 4 oraz że to ograniczenie jest osiągalne.

5.6 Czy istnieje graf planarny o pięciu regionach z taką reprezentacją płaską, że każde dwa regiony mają wspólną krawędź.

5.7 Znaleźć wszystkie grafy o sześciu wierzchołkach, które nie są płaskie. wsk tw Kuratowskiego, jest ich 14.