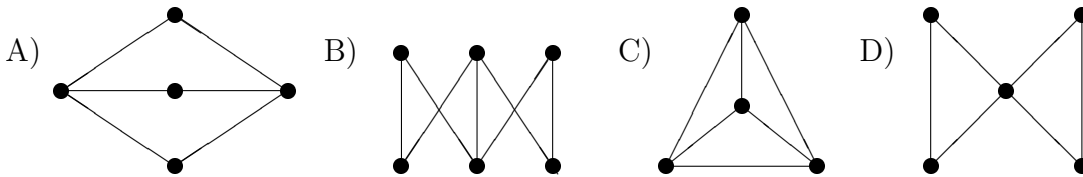


ZADANIA Z MATEMATYKI DYSKRETNEJ - LWZ  
CZĘŚĆ 5. TEORIA GRAFÓW.

1. Sprawdź czy istnieje graf o następującym ciągu stopni wierzchołków:
  - a) (6, 2, 2, 2, 1, 1),
  - b) (5, 3, 3, 3, 3, 1),
  - c) (5, 4, 4, 3, 3, 2),
  - d) (5, 5, 5, 5, 3, 3),
  - e) (5, 5, 4, 3, 3, 2),
  - f) (5, 5, 3, 3, 2, 2).
2. Czy istnieje graf A) eulerski, B) hamiltonowski, który ma
  - a) nieparzystą liczbę wierzchołków i nieparzystą liczbę krawędzi,
  - b) parzystą liczbę wierzchołków i nieparzystą liczbę krawędzi,
  - c) nieparzystą liczbę wierzchołków i parzystą liczbę krawędzi,
  - d) parzystą liczbę wierzchołków i parzystą liczbę krawędzi ?
 (Jeśli TAK, to narysuj przykład. Jeśli NIE, to uzasadnij dlaczego.)
3. Znajdź (o ile istnieje, jeśli nie istnieje, to wyjaśnij dlaczego) przykład grafu, który
  - a) nie ma cyklu Hamiltona i nie ma cyklu Eulera,
  - b) ma cykl Hamiltona i nie ma cyklu Eulera,
  - c) nie ma cyklu Hamiltona i ma cykl Eulera,
  - d) ma cykl Hamiltona i ma cykl Eulera?
4. Dany jest graf  $G$ :



- a) Czy  $G$  ma cykl Eulera?
- b) Czy  $G$  ma cykl Hamiltona?
- c) Znajdź liczbę chromaticzną grafu  $G$ ,
- d) Znajdź indeks chromatyczny grafu  $G$ .

PRZYKŁADOWE KOŁOKWIUM 2

1) ( 5 pkt ) Znajdź wzór jawny na  $n$ -ty wyraz ciągu określonego rekurencyjnie w następujący sposób:  
 $a_n = 3 - 5a_{n-1}$  dla  $n \geq 1$  oraz  $a_0 = 0$ .

2) ( 5 pkt ) Pewien student wypił pierwszego dnia zajęć 1 litr piwa (bealkoholowego) a drugiego dnia 4 litry. Każdego następnego dnia zajęć liczba wypitych litrów piwa przez tego studenta stanowiła różnicę pomiędzy pomnożoną przez 5 liczbą litrów piwa wypitych poprzedniego dnia zajęć i pomnożoną przez 4 liczbą litrów piwa wypitych dwa dni (zajęć) wcześniej. Znajdź wzór jawny na  $l_n$ - liczbę litrów piwa wypitych przez tego studenta  $n$ -tego dnia zajęć.

3) ( 5 pkt ) Zysk z pewnej działalności wyniósł w pierwszym miesiącu 2 (miliony euro). W każdym następnym miesiącu zysk z tej działalności był równy podwojonemu zyskowi z poprzedniego miesiąca pomniejszonemu o 1 (milion euro). Znajdź wzór jawny na  $z_n$  - zysk z tej działalności w  $n$ -tym miesiącu.

4) ( 5 pkt ) Narysuj dowolny graf o ciągu stopni wierzchołków (1, 1, 2, 2, 3, 3). Czy narysowany graf posiada a) cykl Eulera, b) cykl Hamiltona? Ile wynosi c) indeks chromatyczny tego grafu, d) liczba chromatyczna tego grafu? Odpowiedzi uzasadnij.

ODPOWIEDZI DO PRZYKŁADOWEGO KOŁOKWIUM 2

- 1)  $-\frac{1}{2}(-5)^n + \frac{1}{2}$ , 2)  $l_n = \frac{1}{4} \cdot 4^n$ , 3)  $z_n = \frac{1}{2} \cdot 2^n + 1$ .