

STATYSTYKA MATEMATYCZNA

PRZEDZIAŁ UFNOŚCI DLA WSKAŹNIKA STRUKTURY p

Cecha X (wynik jednego doświadczenia) ma rozkład zero-jedynkowy, tzn. $P(X = 1) = p$, $P(X = 0) = 1 - p$. Próbkę losową n -elementową można utożsamiać z ciągiem n niezależnych jednakowych doświadczeń. Zakładamy, że liczba doświadczeń jest duża ($n \geq 100$).

Niech Z_n - liczba sukcesów w n doświadczeniach w schemacie Bernoulliego (Z_n ma rozkład $B(n, p)$).

Przedział ufności dla wskaźnika struktury p na poziomie ufności $1 - \alpha$:

$$P\left(\frac{Z_n}{n} - u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{\frac{Z_n}{n}(1-\frac{Z_n}{n})}{n}} < p < \frac{Z_n}{n} + u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{\frac{Z_n}{n}(1-\frac{Z_n}{n})}{n}}\right) = 1 - \alpha$$

WERYFIKACJA HIPOTEZ. PARAMETRYCZNE TESTY ISTOTNOŚCI

MODEL	H_0	H_1	Statystyka testowa	Zbiór krytyczny W
1. σ dane, $X \sim N(m, \sigma)$	$m = m_0$	$m \neq m_0$ $m > m_0$ $m < m_0$	$U = \frac{\bar{X} - m_0}{\sigma} \sqrt{n}$	$W = (-\infty; -u_{1-\frac{\alpha}{2}}) \cup (u_{1-\frac{\alpha}{2}}; +\infty)$ $W = (u_{1-\alpha}; +\infty)$ $W = (-\infty; -u_{1-\alpha})$
2. σ nieznanne $X \sim N(m, \sigma)$	$m = m_0$	$m \neq m_0$ $m > m_0$ $m < m_0$	$T = \frac{\bar{X} - m_0}{S} \cdot \sqrt{n - 1}$	$W = (-\infty; -t(\alpha, n - 1)) \cup (t(\alpha, n - 1); +\infty)$ $W = (t(2\alpha, n - 1); +\infty)$ $W = (-\infty; -t(2\alpha, n - 1))$
3. $n \geq 100$ X ma dowolny rozkład	$m = m_0$	$m \neq m_0$ $m > m_0$ $m < m_0$	$U = \frac{\bar{X} - m_0}{s} \sqrt{n}$	$W = (-\infty; -u_{1-\frac{\alpha}{2}}) \cup (u_{1-\frac{\alpha}{2}}; +\infty)$ $W = (u_{1-\alpha}; +\infty)$ $W = (-\infty; -u_{1-\alpha})$
4. $n < 50$ $X \sim N(m, \sigma)$	$\sigma = \sigma_0$	$\sigma \neq \sigma_0$ $\sigma > \sigma_0$ $\sigma < \sigma_0$	$\chi^2 = \frac{nS^2}{\sigma_0^2}$	$W = (0; \chi^2(1 - \frac{\alpha}{2}, n - 1)) \cup (\chi^2(\frac{\alpha}{2}, n - 1); +\infty)$ $W = (\chi^2(\alpha, n - 1); +\infty)$ $W = (0; \chi^2(1 - \alpha, n - 1))$
5. $n \geq 50$ $X \sim N(m, \sigma)$	$\sigma = \sigma_0$	$\sigma \neq \sigma_0$ $\sigma > \sigma_0$ $\sigma < \sigma_0$	$V = \sqrt{\frac{2nS^2}{\sigma_0^2}} - \sqrt{2n - 3}$	$W = (-\infty; -u_{1-\frac{\alpha}{2}}) \cup (u_{1-\frac{\alpha}{2}}; +\infty)$ $W = (u_{1-\alpha}; +\infty)$ $W = (-\infty; -u_{1-\alpha})$

Opis danych :

α - poziom istotności; n - licznosc próby, na podstawie której weryfikujemy hipotezę H_0 ;

\bar{X} - wartosc srednia, S - odchylenie standardowe (obliczamy dla danej próby);

u_α - kwantyl rzędu α rozkładu $N(0, 1)$;

$t(\alpha, n)$ - wartosc krytyczna rozkładu t-Studenta o n stopniach swobody (kwantyl rzędu $1 - \frac{\alpha}{2}$);

$\chi^2(\alpha, n)$ - wartosc krytyczna rozkładu chi-kwadrat o n stopniach swobody (kwantyl rzędu $1 - \alpha$).

Weryfikacja hipotezy H_0 przeciw hipotezie H_1 na poziomie istotności α :

- 1) Wybieramy odpowiedni model (dla danej próby i hipotezy).
- 2) Obliczamy wartosc odpowiedniej statystyki testowej dla danej próby.
- 3) Znajdujemy zbiór krytyczny dla danego poziomu istotności α .
- 4) Jeżeli obliczona dla danej próby wartosc statystyki testowej należy do zbioru krytycznego W to hipotezę H_0 należy odrzucić (tzn. przyjąć H_1) na poziomie istotności α . W przeciwnym przypadku nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy H_0 .