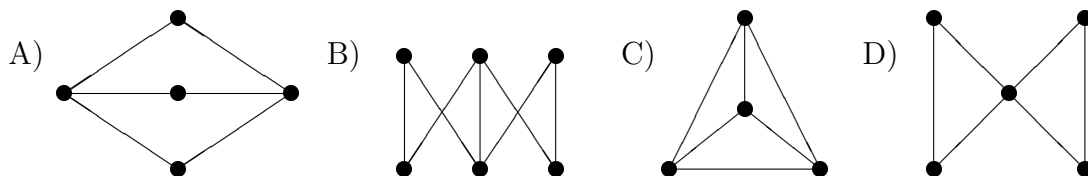


MATEMATYKA DYSKRETNA - Zarządzanie
ZADANIA
CZĘŚĆ 5. TEORIA GRAFÓW.

1. Znajdź wszystkie nieizomorficzne grafy o 4 wierzchołkach.
2. Sprawdź czy istnieje graf (prosty) o następującym ciągu stopni wierzchołków:
 - a) (6, 2, 2, 2, 1, 1), b) (5, 3, 3, 3, 3, 1), c) (5, 4, 4, 3, 3, 2)
 - d) (5, 5, 5, 5, 3, 3), e) (5, 5, 4, 3, 3, 2), f) (5, 5, 3, 3, 2, 2), g) (7, 6, 5, 4, 3, 3, 2).
3. Znajdź parę nieizomorficznych grafów o jednakowych ciągach stopni wierzchołków.
4. Pokaż, że w każdej grupie złożonej z dwóch lub więcej osób są zawsze dwie osoby z tą samą liczbą przyjaciół.
5. Pokaż, że w dowolnym grafie G , $\delta(G) \leq \frac{2e(G)}{|G|} \leq \Delta(G)$.
6. Znajdź wszystkie nieizomorficzne drzewa o 6 wierzchołkach.
7. Pokaż, że jeśli w grafie G każdy wierzchołek ma parzysty stopień, to G nie ma mostu.
8. Czy istnieje graf A) eulerowski, B) hamiltonowski, który ma
 - a) nieparzystą liczbę wierzchołków i nieparzystą liczbę krawędzi,
 - b) parzystą liczbę wierzchołków i nieparzystą liczbę krawędzi,
 - c) nieparzystą liczbę wierzchołków i parzystą liczbę krawędzi,
 - d) parzystą liczbę wierzchołków i parzystą liczbę krawędzi ?
 (Jeśli TAK, to narysuj przykład. Jeśli NIE, to uzasadnij dlaczego.)
9. Znajdź (o ile istnieje, jeśli nie istnieje, to wyjaśnij dlaczego) graf, który
 - a) nie ma cyklu Hamiltona i nie ma cyklu Eulera,
 - b) ma cykl Hamiltona i nie ma cyklu Eulera,
 - c) nie ma cyklu Hamiltona i ma cykl Eulera,
 - d) ma cykl Hamiltona i ma cykl Eulera?
10. Ile wynosi liczba chromatyczna grafu otrzymanego z K_n przez a) usunięcie jednej krawędzi, b) usunięcie dwóch sąsiednich krawędzi, c) usunięcie dwóch niesąsiadujących (bez wspólnego wierzchołka) krawędzi?
11. Znajdź wszystkie nieizomorficzne grafy płaskie o 6 wierzchołkach.
12. Dany jest graf G :



- a) Czy G ma cykl Eulera?
- b) Czy G ma cykl Hamiltona?
- c) Znajdź liczbę chromatyczną grafu G ,
- d) Znajdź indeks chromatyczny grafu G .
- e) Czy G jest płaski?

ODPOWIEDZI DO ZADAŃ Z CZĘŚCI 4:

- 1) a) $f(x) = \frac{1}{1-2x}$, b) $f(x) = \frac{1-x^{N+1}}{1-x}$, d) $f(x) = \frac{3x}{(1-x)^2}$, e) $f(x) = \frac{x(1+x)}{(1-x)^3}$, f) $f(x) = \frac{5x}{(1-5x)^2}$, g) e^{4x} .
- 2) a) $F(x) = \frac{1}{x}(f(x) - a_0)$, b) $F(x) = \frac{1}{x}(f(x) - a_0) - f(x)$, c) $F(x) = xf'(x)$, d) $F(x) = xf(x)$.
- 3) a) $a_n = \frac{1}{4}[(-1)^n + 3^{n+1}]$, b) $a_n = \frac{1}{3}[(-1)^{n+1} + 2^n]$, c) $a_n = -\frac{1}{3}(-2)^n + \frac{4}{3}$, d) $a_n = 3(n+1)n$, e) $a_n = n^2 - n + 1$, f) $a_n = 7 \cdot 2^n - 3n - 6$.
- 4) Bardziej opłaca się wpłacić 1000 na początku.
- 5) $a_n = (0.1)^{n+1} + 0.9 \cdot (1.1)^n$.
- 6) $d_n = (1.5)^n - 0.4((1.5)^n - 1)$.
- 7) $h_n = 7.5 \cdot 2^n - 5$.
- 8) $j_n = 9.8 + 0.2 \cdot 6^n$.
- 9) $b_n = 2^n$.
- 10) a) 210, b) 66.
- 11) 22.
- 12) 84.