

ZADANIA z MATEMATYKI DYSKRETNEJ - LWZ
CZĘŚĆ 4. RÓWNANIA REKURENCYJNE.

1. Znajdź wzór jawny na n -ty wyraz ciągu określonego rekurencyjnie w następujący sposób:
 - a) $a_{n+2} = 2a_{n+1} + 3a_n$ dla $n \geq 0$ oraz $a_0 = 1, a_1 = 2$,
 - b) $a_n = -a_{n-1} + 2a_{n-2}$ dla $n \geq 2$ oraz $a_0 = 1, a_1 = 2$.
 - c) $a_n = a_{n-1} + 2a_{n-2}$ dla $n \geq 2$ oraz $a_0 = 0, a_1 = 1$.
2. Oprocentowanie wkładów w banku wynosi 10% w skali rocznej. Co się bardziej opłaca: przez n lat wpłacać po 100 euro na koniec każdego roku czy raz na początku wpłacić 1000 euro?
3. Wiadomo, że co roku pewien pracownik otrzymuje podwyżkę pensji, która wynosi 20% kwoty pensji wypłacanej przez ostatni rok pomniejszone o 11% kwoty pensji wypłacanej rok wcześniej. Na początku pracownik zarabia 1 tys. euro. Ile będzie zarabiał po n latach?
4. "Parówa" pożyczył od chłopaków z miasta 1 mln euro na 50% rocznie (odsetki są doliczane na koniec każdego roku). Na koniec każdego roku spłaca 0.2 mln. euro. Ile będzie wynosił jego dług po n latach? (znajdź wzór jawny)
5. Pewien ochroniarz pobrał za ochronę restauracji za pierwszym razem 10 euro. Za każdym następnym razem pobierał haracz stanowiący sumę podwojonego haraczu pobranego ostatnim razem i dodatkowych 5 euro. Znajdź wzór jawny na h_n - haracz (w euro) pobrany za n -tym razem.
6. Pewien handlowiec sprzedawał jedną jednostkę towaru z pierwszej dostarczonej mu partii przez głównego handlowca po 10 euro a a drugiej partii po 11 euro. Przy każdej następnej dostawie cena jednostki towaru była ustalana jako różnica pomiędzy siedmiokrotną ceną jednostki z poprzedniej dostawy i sześciokrotną ceną jednostki towaru z przedostatniej dostawy. Znajdź wzór jawny na j_n -cenę jednostki towaru (w euro) z n -tej partii (dostawy).
7. W pewnym państwie cena bananów w momencie wstąpienia do UE wynosiła 1 euro a w miesiąc po wstąpieniu wynosiła 2 euro. W każdym następnym miesiącu cena bananów była ustalana jako różnica pomiędzy potrojoną ceną bananów z poprzedniego miesiąca i podwojoną ceną bananów sprzed dwóch miesięcy. Znajdź wzór jawny na b_n -cenę bananów (w euro) w n miesięcy po wstąpieniu do UE.

ODPOWIEDZI

- 1) a) $a_n = \frac{1}{4}[(-1)^n + 3^{n+1}]$, b) $a_n = -\frac{1}{3}(-2)^n + \frac{4}{3}$, c) $a_n = \frac{1}{3}[(-1)^{n+1} + 2^n]$. 2) Bardziej opłaca się wpłacić 1000 na początku. 3) $a_n = (0.1)^{n+1} + 0.9 \cdot (1.1)^n$. 4) $d_n = (1.5)^n - 0.4((1.5)^n - 1)$. 5) $h_n = 7.5 \cdot 2^n - 5$. 6) $j_n = 9.8 + 0.2 \cdot 6^n$. 7) $b_n = 2^n$.