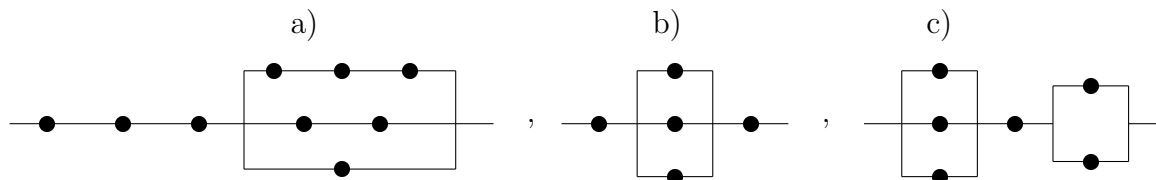


ZADANIA ZE STATYSTYKI  
CZEŚĆ 1.  
KLASYCZNY RACHUNEK PRAWDOPODOBIENSTWA

1. Rzucamy trzema kostkami. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że suma oczek wynosi a) 6, b) 17.
2. Windą w 10-piętrowym bloku jadą trzy osoby. Każda wysiada na losowo wybranym piętrze. Jakie jest prawdopodobieństwo, że a) wszystkie trzy wysiądą na tym samym piętrze, b) każda z osób wysiądzie na innym piętrze ?
3. Spośród  $n$  losów loteryjnych jest  $m$  wygrywających. Jaką szansę wygrania ma posiadacz  $k$  losów ?
4. Z urny, w której jest 7 kul białych i 3 kule czarne losujemy trzy razy po jednej kuli zwracając za każdym razem wylosowaną kulę do urny. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że wszystkie wylosowane kule będą czarne.
5. Jakie jest prawdopodobieństwo przypadkowego złożenia wyrazu TATRY z liter A, R, T, T, Y.
6. Na loterii jest 100 losów, z których 5 wygrywa. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wśród trzech kupionych losów a) dokładnie jeden jest wygrany, b) przynajmniej jeden jest wygrany ?
7. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że losowo wybrana liczba naturalna jest podzielna przez 2 lub przez 3.
8. Na egzamin przygotowano 45 zadań, z których zdający losuje 3. Jeżeli rozwiąże 3 zadania dostaje 5.0, 2 zadania - 4.0, 1 zadanie - 3.0. Jeżeli nie rozwiąże żadnego zadania dostaje 2.0. Oblicz prawdopodobieństwo, że student, który potrafi rozwiązać  $\frac{2}{3}$  zadań a) dostanie 5.0 ; b) zda egzamin.
9. W urnie są 2 węże jadowite i 3 niejadowite. Losujemy kolejno 2 węże bez zwracania. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że za drugim razem wylosujemy węża jadowitego a za pierwszym niejadowitego.
10. Prawdopodobieństwo pojedynczego trafienia do celu przez pewnego strzelca wynosi 0.75. Strzelec ten strzela do celu dopóki nie trafi ale nie więcej niż 4 razy. Jakie jest prawdopodobieństwo, że oddał: a) dokładnie 4 strzały; b) co najmniej 3 strzały; c) co najwyżej 3 strzały?
11. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że losując 1 kartę z talii 52 kart wylosujemy asa lub kiera.
12. W pewnym przedsiębiorstwie 96 % produkowanych wyrobów jest niewadliwych. Na każde 100 niewadliwych wyrobów średnio 75 jest I gatunku. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że wylosowana sztuka wyrobu jest I gatunku.
13. Robotnik obsługuje 3 maszyny. Prawdopodobieństwo tego, że w pewnym okresie czasu  $T$  maszyny nie wymagają obsługi wynosi: 0,9 dla pierwszej; 0,8 dla drugiej; 0,85 dla trzeciej. Maszyny te pracują niezależnie od siebie. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że w czasie  $T$ : a) żadna z maszyn nie wymaga obsługi; b) wszystkie maszyny wymagają obsługi.
14. Student potrafi odpowiedzieć na 10 pytań z 20 przygotowanych przez egzaminatora. W czasie egzaminu losuje trzy pytania. Jeśli odpowie na wszystkie trzy, to otrzymuje piątkę. Gdy zna odpowiedź na dwa, to losuje z pozostałych pytań trzy dalsze i gdy odpowie na wszystkie, to otrzymuje czwórkę, a gdy odpowie na dwa pytania, to dostaje trójkę. W pozostałych przypadkach student nie zda egzaminu. Oblicz prawdopodobieństwo zdania egzaminu.
15. W urnie jest 5 kul białych i 7 zielonych. Losujemy kolejno bez zwracania 2 kule. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że za drugim razem wyciągniemy kulę białą.
16. Pewna choroba występuje u 0.1% ogółu ludności. Przygotowano test do jej wykrycia. Test daje wynik pozytywny u 97% chorych i 1% zdrowych. Obliczyć prawdopodobieństwo, że losowo wybrana osoba jest chora, jeśli test u tej osoby dał wynik pozytywny.

17. Przypuśćmy, że średnio 5 mężczyzn na 100 i 25 kobiet na 10000 nie odróżnia kolorów. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że wybrany człowiek u którego stwierdzono daltonizm jest mężczyzną. Zakładamy, że kobiet i mężczyzn jest tyle samo.
18. Prawdopodobieństwo, że obiekt nie zostanie wykryty przy jednym obrocie anteny radarowej wynosi  $p$ . Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że obiekt zostanie przynajmniej raz wykryty w ciągu  $n$  obrotów anteny. Zakładamy, że wykrycia obiektu przy każdym obrocie anteny są zdarzeniami niezależnymi.
19. Jest dziesięć jednakowych urn. Dziewięć spośród nich zawiera po 2 kule białe i 2 czarne a jedna urna zawiera 5 kul białych i 1 czarną. Z losowo wybranej urny wylosowano kulę białą. Jakie jest prawdopodobieństwo, że pochodzi ona z urny, w której jest 5 kul białych?
20. Są dwie duże kule. W pierwszej jest 5 urn białych i 7 zielonych, w drugiej 6 białych i 3 zielone. Z losowo wybranej kuli wyciągamy jedną urnę. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że a) wylosowana urna jest biała; b) jest z pierwszej kuli jeśli wylosowano urnę zieloną.
21. Rzucono 3 kostki. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że przynajmniej na jednej kostce wypadnie jedynka, jeżeli na każdej kostce wypadła inna liczba oczek ?
22. W kurniku na pierwszej grzędzie jest 6 kur białych i 9 czarnych, na drugiej 8 białych i 2 czarne. Do kurnika wpada lis i rzuca kostką: jeśli wypadnie mniej niż 5 oczek, to wybiera kurę z pierwszej grzędy, jeśli 5 lub 6 oczek to z drugiej grzędy. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że wybrał kurę z drugiej grzędy jeśli widać było, że porwał kurę białą?
23. Hamulce do samochodu pewnej marki mogą pochodzić z jednej z dwóch fabryk. Z fabryki I pochodzi 40% hamulców z fabryki II - 60%. Niezawodność w ciągu jednego roku hamulców z fabryki I wynosi 0.65, z fabryki II - 0,85. Wybrano losowo hamulce. Oblicz prawdopodobieństwo a) tego, że będą poprawnie pracować przez rok, b) tego, że pochodzą z fabryki I, jeśli stwierdzono, że działały poprawnie przez rok.
24. Wiadomo, że średnio co dziesiąty student pewnej uczelni jest uzależniony od rozwiązywania zadań ze statystyki. Prawdopodobieństwo, że podczas badań profilaktycznych zostanie wykryte uzależnienie u studenta, który w rzeczywistości jest uzależniony wynosi 0.8. Prawdopodobieństwo wykrycia uzależnienia u studenta, który w rzeczywistości nie jest uzależniony wynosi 0.05. Losowo wybrany student został uznany za uzależnionego. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że jest on w rzeczywistości uzależniony?
25. Dwie fabryki produkują hamulce do latającychmioteli. Produkcja fabryki  $A$  stanowi 70% całej produkcji, produkcja fabryki  $B$  - 30%. Wiadomo, że średnio co piąte hamulce wypuszczone przez fabrykę  $A$  i średnio co trzecie wypuszczone przez fabrykę  $B$  są wadliwe.
  - a) Oblicz prawdopodobieństwo tego, że hamulce w losowo wybranej miotle nie są wadliwe.
  - b) W losowo wybranej miotle hamulce nie zadziałały prawidłowo (okazały się być wadliwymi). Oblicz prawdopodobieństwo tego, że wyprodukowała je fabryka  $B$ .
26. Wiadomo, że średnio co piąty student nie umie rozwiązać poprawnie tego zadania. Prawdopodobieństwo tego, że losowo wybranemu studentowi wydaje się, że umie rozwiązać to zadanie jeśli rzeczywiście potrafi je rozwiązać wynosi 0.75. Prawdopodobieństwo tego, że losowo wybranemu studentowi wydaje się, że umie rozwiązać to zadanie jeśli w rzeczywistości nie potrafi rozwiązać go poprawnie wynosi 0.25. Losowo wybranemu studentowi wydaje się, że umie rozwiązać to zadanie. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że rzeczywiście umie je rozwiązać?
27. W urnie są 2 węże jadowite i 3 niejadowite. Losujemy kolejno 2 węże bez zwracania. Oblicz prawdopodobieństwo, że za drugim razem wylosujemy węża jadowitego.
28. Ile razy należy rzucić dwiema monetami aby prawdopodobieństwo otrzymania przynajmniej raz dwóch orłów jednocześnie było większe od  $\frac{1}{2}$ ?

29. Wykazać, że jeśli zdarzenia  $A$  i  $B$  są niezależne, to  $A$  i  $\bar{B}$  są również niezależne.
30. Rzucamy 6 razy monetą. Czy zdarzenia: A-wypadł dokładnie 3 razy orzeł i B-wypadła dokładnie 3 razy reszka są niezależne
31. Rzucamy dwa razy kostką. Niech A oznacza zdarzenie w pierwszym i drugim rzucie wypadła ta sama liczba oczek, B zaś oznacza zdarzenie w drugim rzucie wypadło co najmniej 5 oczek. Czy zdarzenie A i B są niezależne ?
32. Obliczyć niezawodność poniższego układu, jeśli przekaźniki działają niezależnie a niezawodność każdego z nich wynosi  $p$ .



### ODPOWIEDZI DO ZADAŃ Z CZĘŚCI 1

- 1) a)  $\frac{10}{216}$ ; b)  $\frac{2}{216}$ ; 2) a) 0.01; b) 0.72; 3)  $1 - \frac{\binom{n-m}{k}}{\binom{n}{k}}$ ; 4)  $(0.3)^3$ ; 5)  $\frac{1}{60}$ ; 6) a)  $\frac{\binom{95}{2}\binom{5}{1}}{\binom{100}{3}}$ ; b)  $1 - \frac{\binom{95}{3}}{\binom{100}{3}}$ . 7)  $\frac{2}{3}$ ; 8) a)  $\frac{\binom{30}{3}}{\binom{45}{3}}$ ; b)  $1 - \frac{\binom{15}{3}}{\binom{45}{3}}$  9) 0.3; 10) a)  $\frac{1}{4^3}$ ; b)  $\frac{1}{4^2}$ ; c)  $1 - \frac{1}{4^3}$ ; 11)  $\frac{16}{52}$ ; 12)  $\frac{96}{100} \cdot \frac{75}{100}$ ; 13) a)  $0.9 \cdot 0.8 \cdot 0.85$ ; b)  $0.1 \cdot 0.2 \cdot 0.15$ ; 14)  $\approx 0.284$ ; 15)  $\frac{55}{132}$ ; 16) 0.09; 17)  $\frac{100}{105}$ ; 18)  $1 - p^n$ ; 19)  $\frac{15}{96}$ ; 20) a)  $\frac{13}{24}$ ; b)  $\frac{7}{11}$ ; 21)  $\frac{1}{2}$ ; 22)  $\frac{1}{2}$ ; 23) a) 0.77; b)  $\frac{26}{77}$ ; 24)  $\frac{16}{25}$ ; 25) a)  $\frac{19}{25}$ ; b)  $\frac{5}{12}$ ; 26)  $\frac{12}{13}$ ; 27)  $\frac{2}{5}$ ; 28) co najmniej 3 razy; 30) nie; 31) tak.