

ZADANIA ZE STATYSTYKI
CZĘŚĆ 4
TWIERDZENIA GRANICZNE. PRAWA WIELKICH LICZB.

1. Wykonujemy 500 doświadczeń zgodnie ze schematem Bernoulliego. Prawdopodobieństwo sukcesu w każdym doświadczeniu równa się 0.1. Obliczyć prawdopodobieństwo, że częstość występowania sukcesu odchyli się od 0.1 o mniej niż 0.025.
2. Mamy 100 komputerów pracujących niezależnie od siebie. Każdy z nich włączony jest w ciągu 0.8 całego czasu pracy. Oblicz prawdopodobieństwo, że w dowolnie wybranej chwili włączonych jest od 70 do 86 komputerów.
3. Prawdopodobieństwo, że produkt poddawany próbie nie wytrzyma tej próby wynosi 0.025. Oblicz prawdopodobieństwo, że wśród 80 takich produktów co najwyżej 2 nie wytrzymają próby.
4. Rzucamy 3600 razy kostką. Znaleźć taką liczbę k , że z prawdopodobieństwem 0.9 liczba wyrzucanych szóstek jest między 560 a k .
5. Na pewnym roku studiów studiuje 120 osób. Prawdopodobieństwo, że losowo wybrana osoba nie zaliczy ćwiczeń z "pewnego przedmiotu" wynosi 0.2. Oblicz prawdopodobieństwo, że na tym roku studiów co najmniej 20 osób ma niezaliczone ćwiczenia z "pewnego przedmiotu".
6. Wiadomo, że co dziesiąta osoba nie lubi zadań o lisie i kurach. Jakie jest prawdopodobieństwo, że w losowo wybranej próbie 100 osób jest od 5 do 12 osób, które nie lubią zadań o lisie i kurach.
7. Wiadomo, że 1% Polaków zna twierdzenie Moivre'a-Laplace'a. Zapytano 1000 losowo wybranych Polaków czy znają to twierdzenie. Jakie jest prawdopodobieństwo, że co najmniej jeden odpowie twierdząco?
8. Prawdopodobieństwo, że losowo wybrana osoba odpowie twierdząco na pytanie o znajomość wyrobów firmy XYZ wynosi 0.8. Zapytano 100 losowo wybranych osób czy znają wyroby firmy XYZ. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że stosunek ilości osób znających wyroby firmy XYZ w badanej próbie do ilości wszystkich osób pytanych będzie pomiędzy 0.6 a 0.8?
9. Z badań marketingowych wynika, że nowe logo firmy podoba się 80% pytanych osób. Jakie jest prawdopodobieństwo, że w losowo wybranej próbie 100 osób logo firmy nie będzie podobać się co najwyżej 15 osobom.
10. W urnie jest 36 kur białych i 64 czarne.
 - a) Losujemy 10000 razy po jednej kurze zwracając za każdym razem wylosowaną kurę do urny. Jakie jest prawdopodobieństwo, że w wylosowanej próbie częstość występowania kury białej wśród wylosowanych kur będzie różniła się od 0.36 o co najwyżej 0.12.
 - b) Losujemy 10000 razy po jednej kurze zwracając za każdym razem wylosowaną kurę do urny. Znaleźć taką liczbę k , aby z prawdopodobieństwem 0.9, częstość występowania kury białej wśród wylosowanych kur różniła się od 0.36 o co najwyżej k .
 - c) Ile kur należy wylosować (ze zwracaniem), aby z prawdopodobieństwem 0.98, częstość występowania kury białej wśród wylosowanych kur różniła się od 0.36 o co najwyżej 0.12.
11. Partia towaru ma wadliwość 5%. Ilu elementową próbę (ze zwracaniem) należy pobrać, aby z prawdopodobieństwem 0.99 można było stwierdzić, że wadliwość w próbie zawarta jest w granicach od 4% do 6% ?
12. Wiadomo, że średnio co dziesiąty samochód schodzący z pewnej linii produkcyjnej jest wadliwy (niezgodny z normami). Znaleźć taką liczbę k , aby prawdopodobieństwo, że w 500 elementowej partii samochodów jest pomiędzy k a 60 samochodów wadliwych, wynosiło 0.5.

13. Ile doświadczeń należy wykonać, aby z prawdopodobieństwem 0.9 móc twierdzić, że częstość występowania interesującego nas zdarzenia będzie odchyłać się od prawdopodobieństwa tego zdarzenia o mniej niż 0.1 ? Prawdopodobieństwo wystąpienia tego zdarzenia wynosi 0.4.
14. W centrali telefonicznej znajduje się n linii telefonicznych działających niezależnie. Prawdopodobieństwo, że linia jest zajęta wynosi 0.1. Jakie winno być n aby z prawdopodobieństwem 0.95 co najmniej 7% linii było zajętych?
15. Obliczyć prawdopodobieństwo, że średnia arytmetyczna 225 pomiarów będzie się odchyłać od wielkości mierzonej o mniej niż 0.05cm , jeśli wiadomo, że odchylenie standardowe każdego pomiaru wynosi 0.3cm.
16. Ile pomiarów geodezyjnych między dwoma wierzchołkami górskimi należy wykonać, by z prawdopodobieństwem 0.95 średnia arytmetyczna tych pomiarów odchyłała się od rzeczywistej odległości o mniej niż 0.1m? Wiadomo, że pomiary są jednakowo dokładne o odchyleniu standardowym 1m.
17. Stwierdzono, że przy pomiarach pewną wagą nie występują błędy systematyczne oraz wszystkie pomiary są jednakowo dokładne o odchyleniu standardowym równym 0.5. Znaleźć taką liczbę k by z prawdopodobieństwem 0.05 średnia arytmetyczna 100 pomiarów odchyłała się od wielkości mierzonej o więcej niż k .

ODPOWIEDZI:

- 1) ≈ 0.94 ; 2) ≈ 0.93 ; 3) ≈ 0.7 ; 4) ≈ 0.82 ; 5) $k \approx 634$; 6) ≈ 0.7011 ; 7) ≈ 1 ; 8) ≈ 0.99 ; 9) ≈ 0.115 ;
10)a) ≈ 0.99 ; b) $k \approx 0.008$; c) $n \approx 1155200$; 11) $n \approx 3393$; 12) $k \approx 49$; 13) $n \approx 65$; 14) $n \approx 269$;
15) ≈ 0.99 ; 16) $n \approx 385$; 17) $k \approx 0.1$