

ZADANIA ZE STATYSTYKI

CZĘŚĆ 5

DWUWYMIAROWA ZMIENNA LOSOWA. NIEZALEŻNOŚĆ ZMIENNYCH LOSOWYCH
WSPÓŁCZYNNIK KORELACJI. PROSTE REGRESJI.

1. Dwuwymiarowa zmienna losowa (X, Y) ma rozkład dany tabelką:

Obliczyć: a) rozkłady brzegowe zmiennych X i Y , b) $P(0 < X \leq 1, -1 \leq Y < 2)$,
c) współczynnik korelacji, d) prostą regresji Y względem X , e) $E(2X - 3Y)$, f) $D^2(5X - 2)$.
Czy zmienne losowe X, Y są g) nieskorelowane, h) niezależne?

ad 1)

$X \backslash Y$	-1	0	1	2
1	0.1	0.2	0	0.1
2	0.1	0	0.3	0.2

ad 2)

$X \backslash Y$	3	5	7
0	$\frac{1}{2}$	0	0
1	0	$\frac{1}{4}$	0
2	0	0	$\frac{1}{4}$

2. Dwuwymiarowa zmienna losowa (X, Y) ma rozkład dany tabelką:

Obliczyć a) współczynnik korelacji, b) $P(-1 \leq X < 1, Y > 4)$. Czy zmienne losowe X, Y są
c) nieskorelowane, d) niezależne, e) liniowo zależne? f) Wyznaczyć prostą regresji Y względem
 X .

3. Zmienne losowe X i Y są niezależne oraz $E(X) = 2, D^2(X) = 1, E(Y) = 1, D^2(Y) = 4$.
Wyznaczyć wartość oczekiwaną i wariancję zmiennej losowej: a) $Z_1 = X - 2Y$, b) $Z_2 = 2X - Y$.

4. Niech X oznacza ocenę z egzaminu z "pewnego przedmiotu" na I roku studiów a Y - ocenę
z matematyki na świadectwie maturalnym. Wiadomo, że: $P(X = 3, Y = 3) = 0.25, P(X = 3, Y = 4) = 0.2,$
 $P(X = 3, Y = 5) = 0.05, P(X = 4, Y = 3) = 0.1, P(X = 4, Y = 4) = 0.15,$
 $P(X = 4, Y = 5) = 0.05, P(X = 5, Y = 3) = 0.05, P(X = 5, Y = 4) = 0.05, P(X = 5, Y = 5) = 0.1$.

Wyznaczyć a) funkcję prawdopodobieństwa dwuwymiarowej zmiennej losowej (X, Y) (tabelka),
b) współczynnik korelacji zmiennych losowych X i Y , c) rozkład prawdopodobieństwa zmiennej
losowej $Z = |X - Y|$. d) prostą regresji Y względem X .

5. Dwuwymiarowa zmienna losowa (X, Y) ma rozkład prawdopodobieństwa dany tabelką:

$X \backslash Y$	-2	-1	0	1
-2	0.2	0.2	0	0
2	0.1	0.3	0.1	0.1

a) Obliczyć współczynnik korelacji zmiennych X i Y . b) Obliczyć $E(4X - 2Y)$ c) Wyznaczyć
prostą regresji Y względem X .

ODPOWIEDZI:

1) b) 0.3, c) $\approx \frac{1}{3}$, d) $Y = 0.75 \cdot X - 0.5$, e) 1.1, f) 6, g) nie, h) nie; 2) a) 1, b) 0, c) nie, d) nie,
e) tak f) $Y = 2X + 3$; 3) $E(Z_1) = 0; D^2(Z_1) = 17; E(Z_2) = 3; D^2(Z_2) = 8$; 4) b) $\rho \approx 0.4$, c)
 $P(Z = 0) = 0.5, P(Z = 1) = 0.4, P(Z = 2) = 0.1$, d) $Y = 0.38 \cdot X + 2.4$; 5) a) $\rho \approx 0.46$, b) 2.8,
c) $Y = \frac{1}{6} \cdot X - \frac{2}{3}$,