Imię Nazwisko . . . . grupa U ...

1.	2.	3.	4.	5.	6.	Σ.

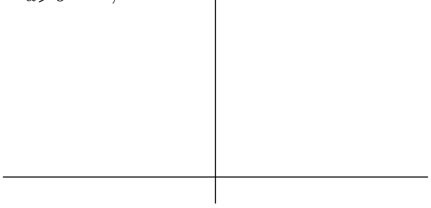
1. (4pkt.) Przy pomocy wyłącznie symboli logicznych, kwantyfikatorów (tylko nieograniczonych), zmiennych przebiegających zbiór a) liczb naturalnych b) liczy rzeczywistych oraz znaków podanych w nawiasach zapisać wyrażenie:

a) *Liczba a ma dokładnie jeden pierwszy podzielnik* $(\cdot, =, 1)$

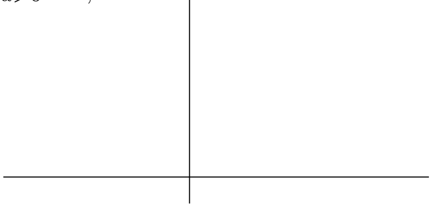
b) *Istnieje trójmian kwadratowy o dwóch różnych pierwiastkach dodatnich* $(\cdot, +, =, <, 0)$

2.(4pkt.) Niech $X_{a,b} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y > e^{-a(x-b)}\}$ dla $a, b > 0$. Wyznaczyć:

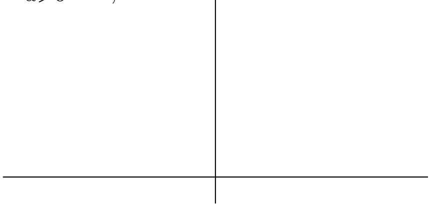
$\bigcup_{a>0} X_{a,b}$



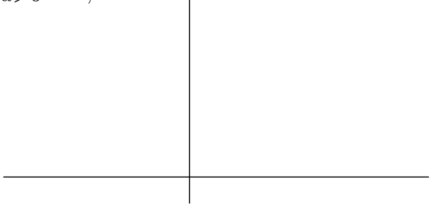
$\bigcap_{b>0} \bigcup_{a>0} X_{a,b}$



$\bigcap_{a>0} X_{a,b}$



$\bigcup_{b>0} \bigcap_{a>0} X_{a,b}$



3.(3pkt) Czy podana formuła jest tautologią? Zapisać formułę w postaci dysjunktywno-koniunktywej (czyli $(x_1 \wedge x_2 \wedge x_3) \vee (..) \vee ... \vee (...)$ gdzie x_i są zmiennymi lubi ich zaprzeczeniami)

$[(p \Rightarrow q) \Rightarrow (q \Rightarrow r)] \Rightarrow (p \Rightarrow r)$

4.(1pkt) Czy podane zdanie jest prawdziwe (zmienne oznaczają liczby rzeczywiste). Odpowiedź Uzasadnić. $(\forall x)(\forall z)(\exists t)\ z + x = x \cdot t$.

5.(4pkt) Udowodnić podane równości jeśli są prawdziwe, znaleźć kontrprzykład dla fałszywych.
a) $A \div (C \cap B) = (A \setminus C) \cup [C \setminus (A \cap B)]$
b) $A \div (C \cap B) = (C \cap B) \cup (A \setminus C)$

6.(3pkt) Niech $\mathcal{S}(A) = \{(a, b) \subset A : a, b \in \mathbb{Z}\}$. Która inkluzja zachodzi, Prawdziwą udowodnić, dla fałszywej podać kontrprzykład. Jakie warunki musza zachodzić alby była obie inkluzje zachodziły? $\mathcal{S}((p, q) \div (r, t)) \supseteq\subseteq \mathcal{S}(p, q) \div \mathcal{S}(r, t)$, gdzie $p, q, r, t \in \mathbb{Z}$.

Imię Nazwisko . . . . ,grupa U ...

1.	2.	3.	4.	5.	6.	Σ.

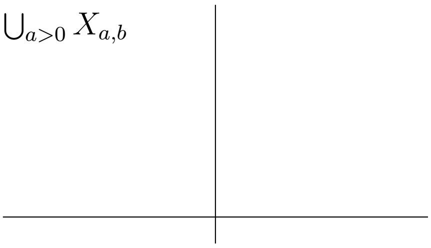
1. (4pkt.) Przy pomocy wyłącznie symboli logicznych, kwantyfikatorów (tylko nieograniczonych), zmiennych przebiegających zbiór a) liczb naturalnych b) liczy rzeczywistych oraz znaków podanych w nawiasach zapisać wyrażenie:

a) *Liczba a ma dokładnie jeden nieparzysty podzielnik* $(\cdot, =, +, 1)$

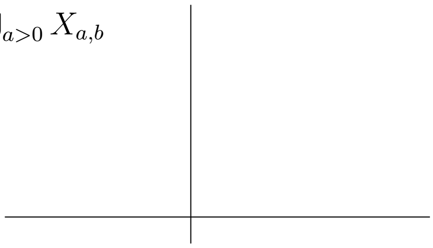
b) *Każdy trójmian kwadratowy ma co najwyżej dwa różne pierwiastki* $(\cdot, =, +, 0)$

2.(4pkt.) Niech $X_{a,b} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y < e^{a(x-b)}\}$ dla $a, b > 0$. Wyznaczyć

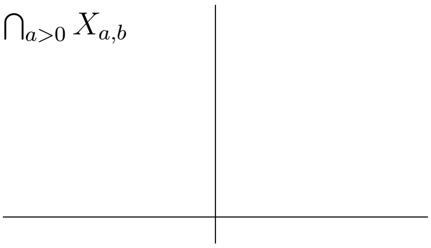
$\bigcup_{a>0} X_{a,b}$



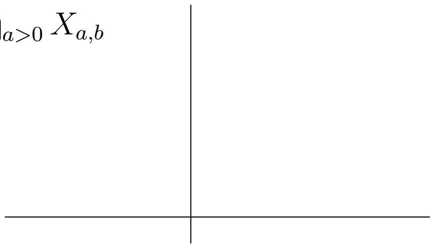
$\bigcap_{b>0} \bigcup_{a>0} X_{a,b}$



$\bigcap_{a>0} X_{a,b}$



$\bigcup_{b>0} \bigcap_{a>0} X_{a,b}$



3.(3pkt) Czy podana formuła jest tautologią? Zapisać formułę w postaci dysjunktywno-koniunktywej (czyli $(x_1 \wedge x_2 \wedge x_3) \vee (..) \vee ... \vee (...)$ gdzie x_i są zmiennymi lubi ich zaprzeczeniami)

$[(q \Rightarrow p) \Rightarrow (q \Rightarrow r)] \Rightarrow (p \Rightarrow r)$

4.(1pkt) Czy podane zdanie jest prawdziwe (zmienne oznaczają liczby rzeczywiste). Odpowiedź Uzasadnić. $(\forall x)(\forall z)(\exists t)\ x - z = x \cdot t$.

5.(4pkt) Udowodnić podane równości jeśli są prawdziwe, znaleźć kontrprzykład dla fałszywych.
a) $(A \cup B) \div (A \cap B \cap C) = [A \setminus (C \setminus B)] \cup [B \setminus (C \setminus A)]$
b) $(A \cup B) \div (A \cap B \cap C) = (A \div B) \cup [(A \cup B) \setminus C]$

6.(3pkt) Niech $\mathcal{S}(A) = \{(a,b) \subset A : a, b \in \mathbb{Z}\}$. Która inkluzja zachodzi, Prawdziwą udowodnić, dla fałszywej podać kontrprzykład. Jakie warunki musza zachodzić alby była obie inkluzje zachodziły? $\mathcal{S}((p,q) \cup (r,t)) \supseteq\subseteq \mathcal{S}(p,q) \cup \mathcal{S}(r,t)$, gdzie $p, q, r, t \in \mathbb{Z}$.