Imię Nazwisko . . . . grupa W ...

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	Σ.

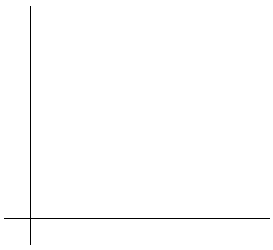
1. (3pkt.) Przy pomocy wyłącznie symboli logicznych, kwantyfikatorów (tylko nieograniczonych), zmiennych przebiegających zbiór a) liczb naturalnych b) liczy rzeczywistych oraz znaków podanych w nawiasach zapisać wyrażenie:

a) *Liczba a ma jedynie nieparzyste podzielniki* $(\cdot, =, +)$

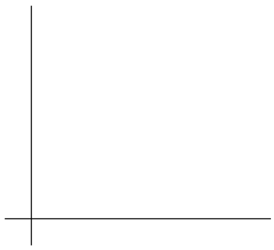
b) *Jeśli trójmian kwadratowy posiada maksimum to nie posiada minimum* $(\cdot, +, =, \leqslant)$

2.(3pkt.) Niech $X_{a,b} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2_+ : y \leqslant a(x - b) + \frac{1}{b}\}$ dla $a < 0,\ b > 0$. Wyznaczyć:

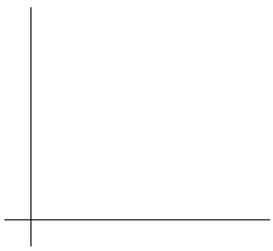
$\bigcap_{a<0} X_{a,b}$



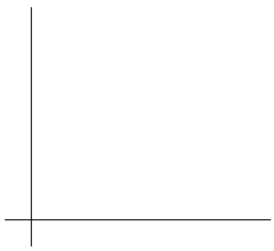
$\bigcup_{b>0} \bigcap_{a<0} X_{a,b}$



$\bigcup_{b>0} X_{a,b}$



$\bigcap_{a<0} \bigcup_{b>0} X_{a,b}$



3.(2pkt) Czy podana formuła jest tautologią (uzasadnić)? Zapisać formułę w postaci dysjunktywno-koniunktywej (czyli $(x_1 \wedge x_2 \wedge x_3) \vee (..) \vee ... \vee (...)$ gdzie x_i są zmiennymi lubi ich zaprzeczeniami)

$[(p \Rightarrow q) \Rightarrow r] \Rightarrow (p \Rightarrow r)$

4.(1pkt) Czy podane zdanie jest prawdziwe (zmienne oznaczają liczby naturalne). Odpowiedź Uzasadnić. $\forall x\ \exists t\ \forall y\ y \geqslant x \cdot t$.

5.(3pkt) Udowodnić podane równości jeśli są prawdziwe, znaleźć kontrprzykład dla fałszywych.
a) $(A \cap B) \div C = (C \cup B) \setminus [B \setminus (A \div C)]$
b) $(A \cap B) \div C = [A \cap (C \div B)] \cup (C \setminus B)$

6. (2pkt) Udowodnić indukcyjnie $11 | 2^{6n+1} + 3^{2n+2}$

7. (2pkt) Niech $\mathcal{S}(A) = \{X \subset \mathbb{N} : X \cap A \neq \emptyset\}$. Które inkluzje zachodzą, Prawdziwe udowodnić, dla fałszywych podać kontrprzykład.
$\mathcal{S}(A \cap B) \supseteq \subseteq \mathcal{S}(A) \cap \mathcal{S}(B)$

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	Σ.

Imię Nazwisko . . . . grupa W ...

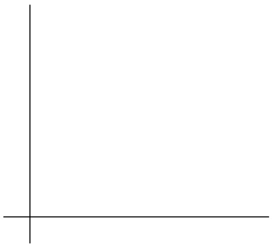
1. (3pkt.) Przy pomocy wyłącznie symboli logicznych, kwantyfikatorów (tylko nieograniczonych), zmiennych przebiegających zbiór a) liczb naturalnych b) liczy rzeczywistych oraz znaków podanych w nawiasach zapisać wyrażenie:

a) *Liczba a ma jedynie parzyste podzielniki pomijając jedynkę* $(\cdot, =, +, 1)$

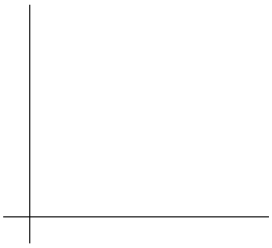
b) *Jeśli trójmian kwadratowy posiada minimum to nie posiada maksimum* $(\cdot, +, =, \leqslant)$

2.(3pkt.) Niech $X_{a,b} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2_+ : y \geqslant a(x - b) + \frac{1}{b}\}$ dla $a < 0,\ b > 0$. Wyznaczyć:

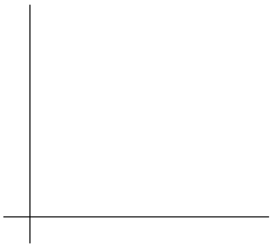
$\bigcap_{a<0} X_{a,b}$



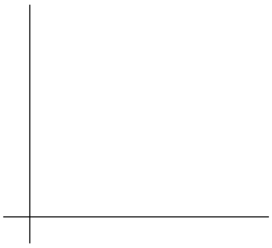
$\bigcup_{b>0} \bigcap_{a<0} X_{a,b}$



$\bigcap_{b>0} X_{a,b}$



$\bigcup_{a<0} \bigcap_{b>0} X_{a,b}$



3.(2pkt) Czy podana formuła jest tautologią (uzasadnić)? Zapisać formułę w postaci dysjunktywno-koniunktywej (czyli $(x_1 \wedge x_2 \wedge x_3) \vee (..) \vee ... \vee (...)$ gdzie x_i są zmiennymi lubi ich zaprzeczeniami)

$[p \Rightarrow (q \Rightarrow r)] \Rightarrow (p \Rightarrow r)$

4.(1pkt) Czy podane zdanie jest prawdziwe (zmienne oznaczają liczby naturalne). Odpowiedź Uzasadnić. $\forall\, x \exists\, t \forall y\ y \cdot t = x \cdot t$.

5.(3pkt) Udowodnić podane równości jeśli są prawdziwe, znaleźć kontrprzykład dla fałszywych.
a) $(C \cap B) \div A = (B \cup A) \setminus [B \setminus (C \div A)]$
b) $(C \cap B) \div A = [C \cap (A \div B)] \cup (A \setminus B)$

6. (2pkt) Udowodnić indukcyjnie $8 | 11^n - 3^n$,

7. (2pkt) Niech $\mathcal{S}(A) = \{X \subset \mathbb{N} : X \cap A \neq \emptyset\}$. Które inkluzje zachodzą, Prawdziwe udowodnić, dla fałszywych podać kontrprzykład.
$\mathcal{S}(A \setminus B) \supseteq\subseteq \mathcal{S}(A) \setminus \mathcal{S}(B)$