

Imię Nazwisko grupa X ... rz... kol...	1.	2.	3.	4.	5.	Σ .

1. (3pkt.) Przy pomocy wyłącznie symboli logicznych, kwantyfikatorów (tylko nieograniczonych), zmiennych oznaczających a),b) liczby naturalne c) liczby rzeczywiste oraz znaków podanych w nawiasach zapisać wyrażenie:

a) *potęga liczby parzystej jest liczbą parzystą* ($=, +, \text{potęgowanie}$)

b) *wielokrotności liczb nieparzystych mogą być liczbami parzystymi* ($\cdot, +, =, 1$)

c) *x nie jest elementem neutralnym mnożenia* (\cdot, \leq)

2.(2pkt) Czy podane zdanie jest prawdziwe (zmiennie oznaczają liczby rzeczywiste). Odpowiedź uzasadnić. a) $\forall x \exists t x \cdot t = 1$.

b) $\exists t \forall x x \cdot t = t$.

3.(2pkt.)Czy dla dowolnego zbioru X zachodzi $\mathcal{P}(\mathcal{P}(X)) \subseteq \mathcal{P}(X)$ (gdzie $\mathcal{P}(A) = \{B : B \subset A\}$)? Odpowiedź uzasadnić.

4.(3pkt) Czy podana formuła jest tautologią (uzasadnić)? Zapisać formułę w postaci dysjunktywno-koniunktywnej (czyli $(x_1 \wedge x_2 \wedge x_3) \vee (\dots) \vee \dots \vee (\dots)$ gdzie x_i są zmiennymi lub ich zaprzeczeniami)

$$[(p \Leftrightarrow q) \vee r] \Rightarrow [(p \vee q) \wedge \sim q]$$

5. (2pkt) Udowodnić indukcyjnie $41|5 \cdot 7^{2(n+1)} + 2^{3n}$

Imię Nazwisko grupa X ... rz... kol...	1.	2.	3.	4.	5.	Σ .

1. (3pkt.) Przy pomocy wyłącznie symboli logicznych, kwantyfikatorów (tylko nieograniczonych), zmiennych oznaczających a),b) liczby naturalne c) liczby rzeczywiste oraz znaków podanych w nawiasach zapisać wyrażenie:

a) *potęga liczby nieparzystej jest liczbą nieparzystą* ($=, +, 1$, potęgowanie)

b) *wielokrotności liczb parzystych mogą być wyłącznie liczbami parzystymi* ($\cdot, +, =$)

c) *x jest mniejszy od zera* (\cdot, \leq)

2.(2pkt) Czy podane zdanie jest prawdziwe (zmiennie oznaczają liczby rzeczywiste). Odpowiedź uzasadnić. a) $\exists t \forall x x \cdot t = x$.

b) $\exists t \forall x x \cdot t > x$.

3. (2pkt.)Czy dla dowolnego zbioru X zachodzi $\mathcal{P}(\mathcal{P}(X)) \supseteq \mathcal{P}(X)$ (gdzie $\mathcal{P}(A) = \{B : B \subset A\}$)? Odpowiedź uzasadnić.

4.(3pkt) Czy podana formuła jest tautologią (uzasadnić)? Zapisać formułę w postaci dysjunktywno-koniunktywnej (czyli $(x_1 \wedge x_2 \wedge x_3) \vee (\dots) \vee \dots \vee (\dots)$ gdzie x_i są zmiennymi lub ich zaprzeczeniami)

$$[(p \Leftrightarrow q) \wedge r] \Rightarrow [(p \wedge q) \vee \sim q]$$

5. (2pkt) Udowodnić indukcyjnie $25|2^{n+2} \cdot 3^n + 5n - 4$