

Imię Nazwisko

A ... rz... kol...

1.	2.	3.	4.	5.	Σ

1. Przy pomocy wyłącznie symboli logicznych, kwantyfikatorów (tylko nieograniczonych), zmiennych oznaczających a), b) liczby naturalne c) liczby rzeczywiste oraz znaków podanych w nawiasach zapisać wyrażenie:

a) *najmniejsza liczba pierwsza jest liczbą parzystą* ($\cdot, +, =, 1,$)

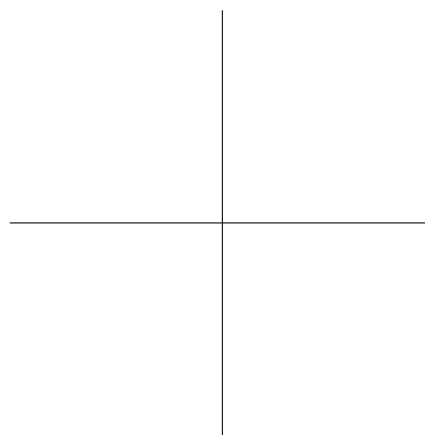
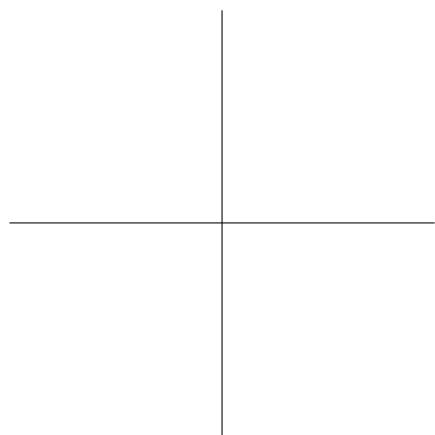
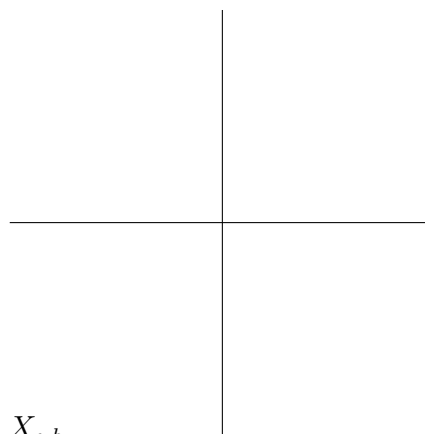
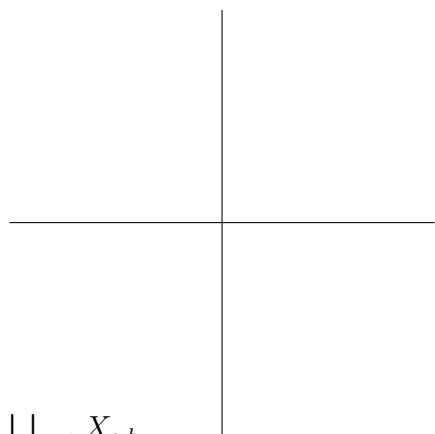
b) *każda funkcja liniowa jest stała, rosnąca lub malejąca*

($\cdot, +, =, \leq$)

3. Niech $X_{a,b} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y > e^{a(x-b)}\}$ dla $a, b > 0$. Wyznaczyć:

$\bigcap_{a>0} X_{a,b}$

$\bigcup_{b>0} \bigcap_{a>0} X_{a,b}$

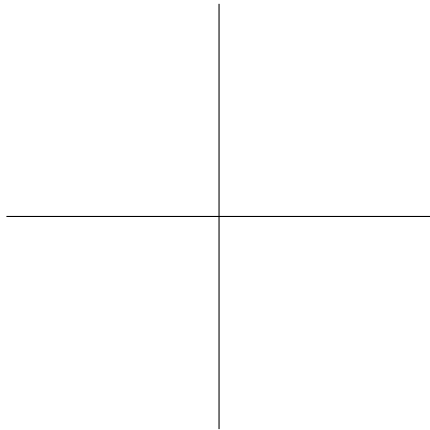


3. Dana jest funkcja $f : \mathbb{R} \times (\mathbb{R} \setminus \{0\}) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y) = x^2 - y$ i zbiór $A = [-2, 1] \times [1, 2]$.

Czy jest 'na'? Odpowiedz uzasadnić

Wyznaczyć $f(A) =$

Naszkieować $f^{-1}(f(A))$.



4. Niech $\varphi_0(p) \Leftrightarrow p$, $\varphi_n(p) \Leftrightarrow (\varphi_{n-1}(p) \Rightarrow p)$ dla $n \in \mathbb{N}^+$. Udowodnić indukcyjne

$$\varphi_n(p) \Leftrightarrow \begin{cases} p & \text{jeśli } 2|n \\ 1 & \text{jeśli } 2 \nmid n \end{cases}$$

5. Dla ilu wartościowań podana formuła jest prawdziwa (uzasadnić)? Zapisać formułę w postaci

$(x_1 \vee x_2 \vee x_3) \wedge (\dots) \wedge \dots \wedge (\dots)$ gdzie x_i są zmiennymi lub ich zaprzeczeniami

$[(p \vee q) \Rightarrow r] \Rightarrow (p \wedge r)$

Imię Nazwisko ,

A ... rz... kol...

1.	2.	3.	4.	5.	Σ

1. Przy pomocy wyłącznie symboli logicznych, kwantyfikatorów (tylko nieograniczonych), zmiennych oznaczających a), b) liczby naturalne c) liczby rzeczywiste oraz znaków podanych w nawiasach zapisać wyrażenie:

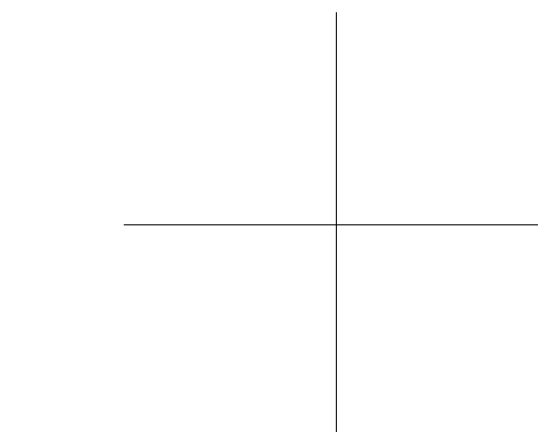
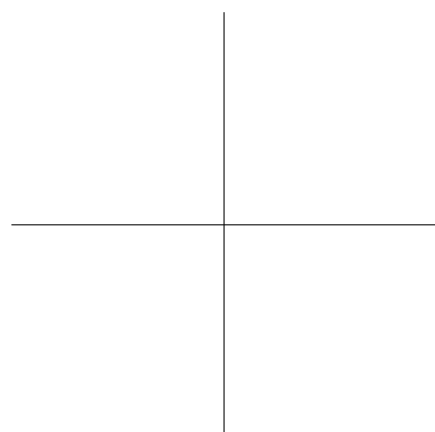
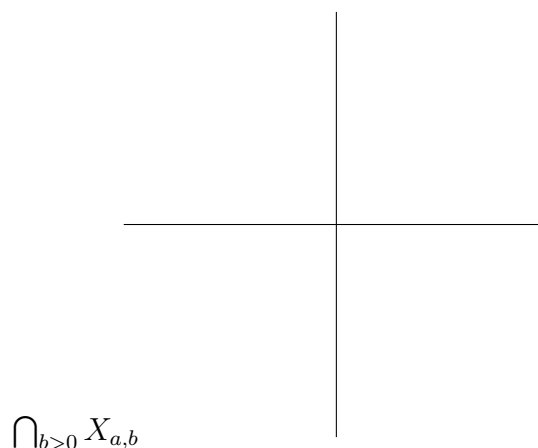
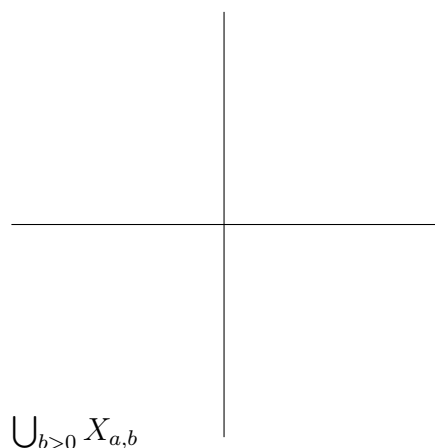
a) *najmniejsza dodatnia parzysta liczba jest liczbą pierwszą* ($\cdot, +, =, 1, \leq$)

b) *każda funkcja liniowa jest stała lub nieograniczona* ($\cdot, +, =, \leq$)

3. Niech $X_{a,b} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \leq a \arctan(bx)\}$ dla $a, b > 0$. Wyznaczyć:

$$\bigcap_{a \geq 0} X_{a,b}$$

$$\bigcup_{a \geq 0} X_{a,b}$$

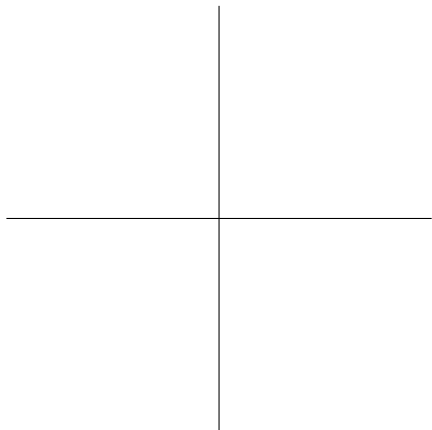


3. Dana jest funkcja $f : \mathbb{R} \times (\mathbb{R} \setminus \{0\}) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y) = \frac{x^2}{y}$ i zbiór $A = [-2, 1] \times [1, 2]$.

Czy jest 'na'? Odpowiedz uzasadnić

Wyznaczyć $f(A) =$

Naszkieować $f^{-1}(f(A))$.



4. Niech $A, B \subseteq \mathbb{N}$, $S_0(A, B) = A$, $S_n(A, B) = S_{n-1}(A, B) \div B$ dla $n \in \mathbb{N}^+$. Udowodnić indukcyjne

$$S_n(A, B) = \begin{cases} A & \text{jeśli } 2|n \\ A \div B & \text{jeśli } 2 \nmid n \end{cases}$$

5. Dla ilu wartościowań podana formuła jest prawdziwa (uzasadnić)? Zapisać formułę w postaci

$(x_1 \vee x_2 \vee x_3) \wedge (\dots) \wedge \dots \wedge (\dots)$ gdzie x_i są zmiennymi lub ich zaprzeczeniami

$$[(p \vee q) \Rightarrow r] \Rightarrow (p \wedge r)$$