

1. Niech  $f : \mathbb{N}^+ \rightarrow 2^{\mathbb{N}^+}$   $f(n) = \{i \in \mathbb{N}^+ : 2^i | n\}$ . Czy  $f$  jest różnowartościowa? Wyznaczyć  $f(\mathbb{N}^+)$ ,  $f(\{4k : k \in \mathbb{N}^+\})$ ,  $f^{-1}(\{A \subseteq \mathbb{N}^+ : |A| = 5\})$ .

2. Niech  $X_{a,b} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq a \cdot c^{bx}\}$  dla  $a, b > 0$ . Zaznaczyć na płaszczyźnie:

$$\bigcap_a X_{a,b}, \bigcup_a X_{a,b}, \bigcap_b X_{a,b}, \bigcup_b X_{a,b}, \bigcap_a \bigcup_b X_{a,b}.$$

3. Dla  $a, b \in \mathbb{Z}^{\mathbb{Z}}$

$$a \sim b \Leftrightarrow (\exists n \in \mathbb{Z})(\forall i \in \mathbb{Z}) a(i) = b(i + n).$$

Udowodnić, że  $\sim$  jest relacją równoważności. Podać klasy abstrakcji. Dla jakich funkcji klasy abstrakcji będą skończone? Ile mogą mieć one elementów?

4. Niech  $P = \{[a, b] \subset \mathbb{R} : a < b\}$  będzie uporządkowany przez inkluzję ( $\subseteq$ ). Podać wzór na  $\sup([a, b], [c, d])$ ,  $\inf([a, b], [c, d])$ . Narysować diagram Hassego dla

$$\{[n, n + i] \subset \mathbb{R} : n \in \{0, \dots, 3\}, i \in \{1, \dots, 4\}\}, \subseteq$$