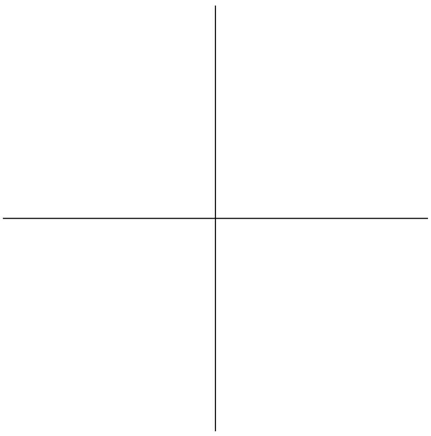
Imię Nazwisko . . . .

grupa W ... rz .... kol ....

1.	2.	3.	4.	5.	Σ.

1.(6pkt) Dla $(x, y), (s, t) \in \mathbb{N}\times\mathbb{N}$ $(x, y) \preceq (s, t) \Leftrightarrow (x < s \wedge y < t) \vee (x, y) = (s, t)$. Udowodnić że $\preceq$ jest relacją częściowego porządku, narysować diagram Hassego zbioru $\{(x, y) : x, y \in \{0, 1, 2, 3\} \wedge x \leqslant y\}$.
Podać $\sup((1, 1), (0, 1)) =$ $\sup((0, 0), (0, 1)) =$ $\sup((0, 1), (0, 2)) =$

2.(4pkt) Dana jest funkcja $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x, y) = (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4)$.
Wyznaczyć $f(\mathbb{R} \times \mathbb{R}) =$
Naszkicować $f^{-1}([0, \infty))$.
Odpowiedzi uzasadnić.



3.(3pkt) Dana jest funkcja $f : \mathbb{N}^+ \to 2^{\mathbb{N}^+}$, $f(n) = \{2k : k \in \mathbb{N}^+ \wedge 2k|n\}$. Czy f jest funkcją różnowartościową? Znaleźć $f(P)$ oraz $f^{-1}(f(P))$ jeśli P jest zbiorem liczb pierwszych.

4.(3pkt) Niech $A, B \subseteq \mathbb{R}$, $A \sim B \Leftrightarrow \exists p \in \mathbb{R}\ B = \{x + p : x \in A\}$. Czy relacja $\sim$ jest relacją równoważności? Uzasadnić odpowiedź. Jeśli tak to podać klasę abstrakcji odcinka $(0, 1]$.

5.(2pkt) Udowodnić przeliczalność zbioru $\mathrm{tg}^{-1}(\mathbb{Z})$

Imię Nazwisko . . . . grupa W ... rz .... kol ....

1.	2.	3.	4.	5.	Σ.

1.(6pkt) Dla $(x,y),(s,t) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ $(x,y) \preceq (s,t) \Leftrightarrow (x \leqslant s \wedge y < t) \vee (x,y) = (s,t)$. Udowodnić że $\preceq$ jest relacją częściowego porządku, narysować diagram Hassego zbioru $\{(x,y) : x,y \in \{0,1,2,3\}\}$.
Podać $\inf((2,0),(1,1)) =$ $\inf((0,0),(1,2)) =$ $\inf((0,0),(3,2)) =$

2.(4pkt) Dana jest funkcja $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x,y) = (x^2 - y - 1)(x^2 - y - 3)$.
Wyznaczyć $f(\mathbb{R} \times \mathbb{R}) =$
Naszkicować $f^{-1}([0,\infty))$.
Odpowiedzi uzasadnić.

3.(3pkt) Dana jest funkcja $f : \mathbb{N}^+ \to 2^{\mathbb{N}^+}$, $f(n) = \{2k+1 : k \in \mathbb{N}^+ \wedge 2k+1|n\}$. Czy f jest funkcją różnowartościową? Znaleźć $f(P)$ oraz $f^{-1}(f(P))$ jeśli P jest zbiorem liczb pierwszych.

4.(3pkt) Niech $A, B \subseteq \mathbb{R}_+$, $A \sim B \Leftrightarrow \exists p \in \mathbb{R}_+ \; B = \{x \cdot p : x \in A\}$. Czy relacja $\sim$ jest relacją równoważności? Uzasadnić odpowiedź. Jeśli tak to podać klasę abstrakcji odcinka $(0, 1]$.

5.(2pkt) Udowodnić przeliczalność zbioru $\cos^{-1}(\mathbb{Q})$