

Imię Nazwisko

grupa Y ... rz kol					
1.	2.	3.	4.	5.	Σ .

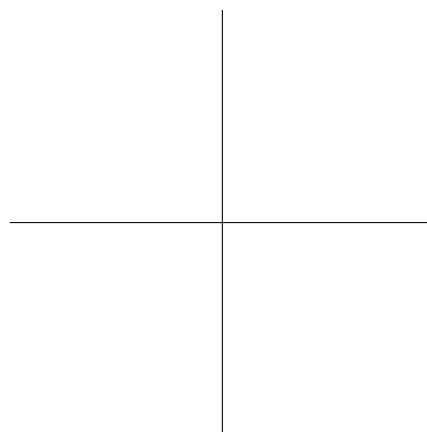
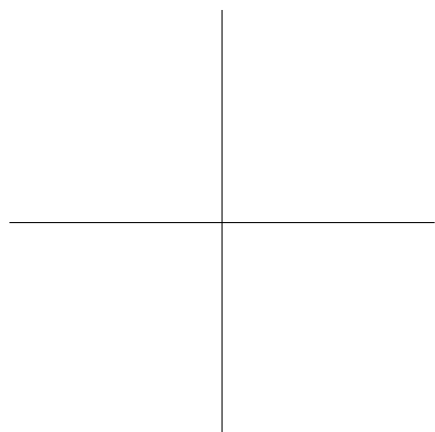
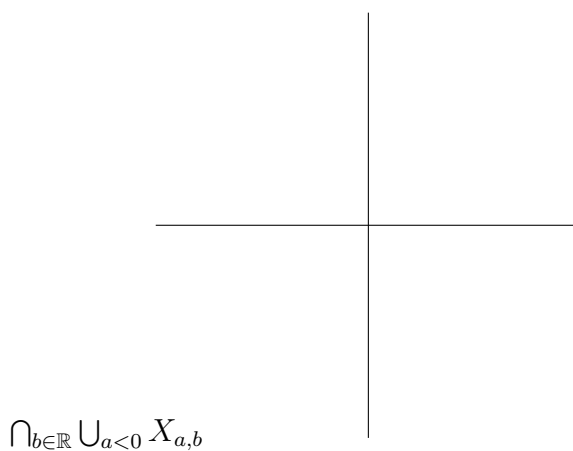
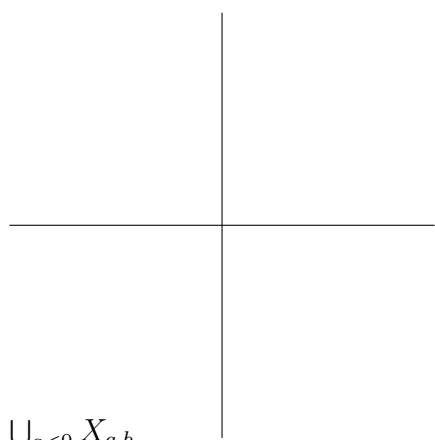
1. (2pkt.) Niech $f \in \mathbb{R}^{\mathbb{R}}$. Przy pomocy wyłącznie symboli logicznych, kwantyfikatorów (tylko nieograniczonych), zmiennych przebiegających zbiór liczy rzeczywistych oraz \leq zapisać wyrażenie:

Funkcja f jest ograniczona z góry lub z dołu

2.(3pkt.) Niech $X_{a,b} = \{(x, y) \in \mathbb{R}_+^2 : y \leq a(x - b) + e^{-b}\}$ dla $a, b \in \mathbb{R}$. Wyznaczyć:

$$\bigcap_{a>0} X_{a,b}$$

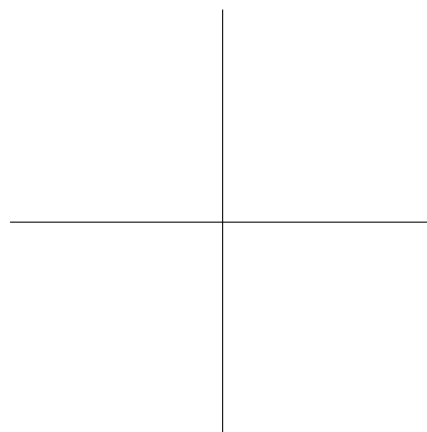
$$\bigcup_{b \in \mathbb{R}} \bigcap_{a>0} X_{a,b}$$



3.(2pkt) Dana jest funkcja $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y) = \lfloor x \cdot y \rfloor$.

Wyznaczyć $f(\mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+) =$

Naszkieować $f^{-1}(\{0\})$.



3. Niech $(x, y), (s, t) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}$, $(x, y) \preceq (s, t) \Leftrightarrow x \leq s \wedge x + y \leq s + t$. Wykazać, że \preceq jest relacją porządku. Narysować diagram Hassego ($\{(x, y) : x, y \in \{1, 2, 3\}\}$).

5.(3pkt) Niech $f, g \in \mathbb{R}^{\mathbb{R}}$, $f \sim g \Leftrightarrow \exists M \in \mathbb{R} \forall x \in \mathbb{R} |f(x) - g(x)| \leq M$. Czy relacja \sim jest relacją równoważności? Uzasadnić odpowiedź. Jeśli tak to czy zbiór funkcji ograniczonych jest jej klasą abstrakcji. Uzasadnić odpowiedź.

Imię Nazwisko

grupa Y ... rz kol					
1.	2.	3.	4.	5.	Σ .

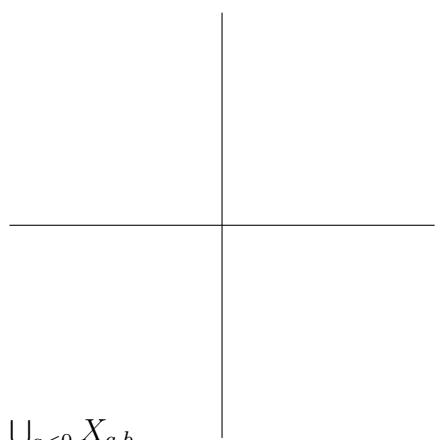
1. (2pkt.) Niech $f \in \mathbb{R}^{\mathbb{R}}$. Przy pomocy wyłącznie symboli logicznych, kwantyfikatorów (tylko nieograniczonych), zmiennych przebiegających zbior liczy rzeczywistych oraz \leq zapisać wyrażenie:

Funkcja f jest posiada maksimum lub minimum

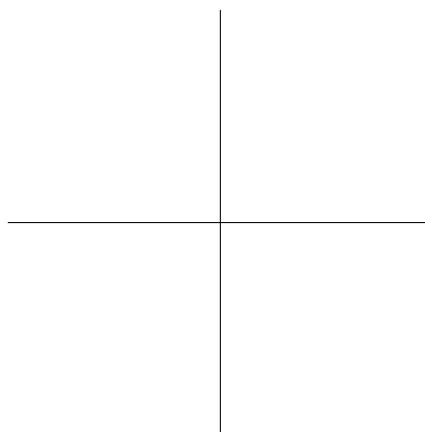
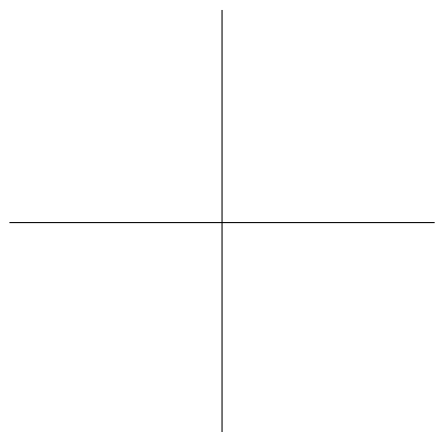
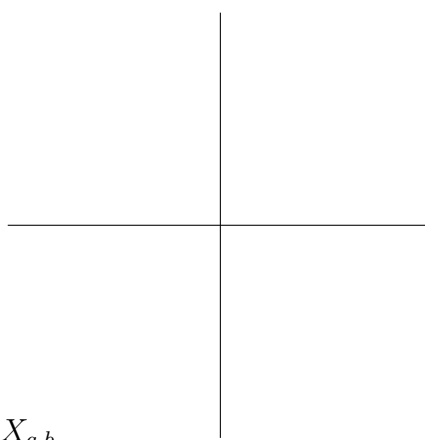
2.(3pkt.) Niech $X_{a,b} = \{(x, y) \in \mathbb{R}_+^2 : y \leq a(x - b) + e^b\}$ dla $a, b \in \mathbb{R}$. Wyznaczyć:

$$\bigcap_{a>0} X_{a,b}$$

$$\bigcup_{b \in \mathbb{R}} \bigcap_{a>0} X_{a,b}$$



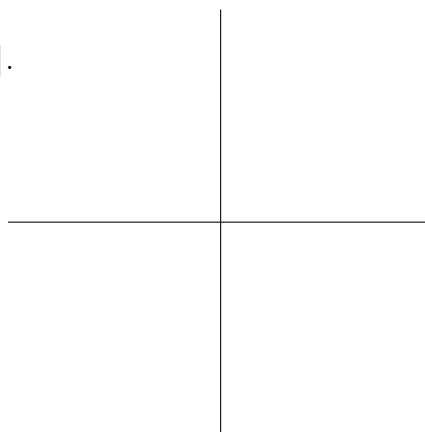
$$\bigcap_{b \in \mathbb{R}} \bigcup_{a<0} X_{a,b}$$



3.(2pkt) Dana jest funkcja $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y) = \lfloor x + y \rfloor$.

Wyznaczyć $f(\mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+) =$

Naszkieować $f^{-1}(\{0\})$.



4. Niech $(x, y), (s, t) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}$, $(x, y) \preceq (s, t) \Leftrightarrow x \leq s \wedge x \cdot y \leq s + t$. Wykazać, że \preceq jest relacją porządku. Narysować diagram Hassego $(\{(x, y) : x, y \in \{1, 2, 3\}\})$.

5.(3pkt) Niech $a, b \in \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$, $a \sim b \Leftrightarrow \exists M \in \mathbb{R} \forall n \in \mathbb{N} |a(n) - b(n)| \leq M$. Czy relacja \sim jest relacją równoważności? Uzasadnić odpowiedź. Jeśli tak to czy zbiór ciągów ograniczonych jest jej klasą abstrakcji. Uzasadnić odpowiedź.