

Imię Nazwisko . . . . .

grupa Y ... rz .... kol ....				
1.	2.	3.	4.	$\Sigma$ .

1. (2pkt.) Niech  $f \in \mathbb{R}^{\mathbb{R}}$ . Przy pomocy wyłącznie symboli logicznych, kwantyfikatorów (tylko nieograniczonych), zmiennych przebiegających zbiór liczy rzeczywistych oraz  $\leq$  zapisać wyrażenie:

*Funkcja  $f$  jest rosnąca lub malejąca*

2.(6pkt) Dla  $(x, y), (s, t) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}$   $(x, y) \preceq (s, t) \Leftrightarrow (x < s \wedge x + y < s + t) \vee (x, y) = (s, t)$ . Udowodnić że  $\preceq$  jest relacją częściowego porządku, narysować diagram Hassego zbioru  $\{(x, y) : x, y \in \{2, 3, 4\}\}$ .

3.(4pkt) . Niech  $\mathbb{D}$  będzie zbiorem liczb nieparzystych. Dana jest funkcja  $f : \mathbb{N}^+ \rightarrow \mathbb{N}^+$ ,  $f(n) = \max\{i \in \mathbb{N}^+ : \exists p \in \mathbb{D} p^i | n\}$ . Znaleźć  $f(\mathbb{D})$  oraz  $f^{-1}(f(\mathbb{D}))$ . Odpowiedzi uzasadnić.

4.(3pkt) Niech  $a, b \in \mathbb{N}^{\mathbb{N}}$ ,  $a \sim b \Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{N} \forall n \in \mathbb{N} a(k \cdot n) = b(k \cdot n)$ . Czy relacja  $\sim$  jest relacją równoważności? Uzasadnić odpowiedź.

Imię Nazwisko . . . . .

grupa Y ... rz .... kol ....				
1.	2.	3.	4.	$\Sigma$ .

1. (2pkt.) Niech  $f \in \mathbb{R}^{\mathbb{R}}$ . Przy pomocy wyłącznie symboli logicznych, kwantyfikatorów (tylko nieograniczonych), zmiennych przebiegających zbiór liczy rzeczywistych oraz  $\leq$  zapisać wyrażenie:

*Funkcja  $f$  jest nierosnąca lub niemalejąca*

2.(6pkt) Dla  $(x, y), (s, t) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}$   $(x, y) \preceq (s, t) \Leftrightarrow (x < s \wedge x \cdot y < s \cdot t) \vee (x, y) = (s, t)$ . Udowodnić że  $\preceq$  jest relacją częściowego porządku, narysować diagram Hassego zbioru  $\{(x, y) : x, y \in \{2, 3, 4\}\}$ .

3.(4pkt) . Niech  $\mathbb{P}$  będzie zbiorem liczb pierwszych. Dana jest funkcja  $f : \mathbb{N}^+ \rightarrow \mathbb{N}^+$ ,  
 $f(n) = \max\{i \in \mathbb{N}^+ : \exists p \in \mathbb{P} p^i | n\}$ . Znaleźć  $f(\mathbb{P})$  oraz  $f^{-1}(f(\mathbb{P}))$ . Odpowiedzi uzasadnić.

4.(3pkt) Niech  $a, b \in \mathbb{N}^{\mathbb{N}}$ ,  $a \sim b \Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{N} \forall n \in \mathbb{N} a(k^n) = b(k^n)$ . Czy relacja  $\sim$  jest relacją równoważności? Uzasadnić odpowiedź.