Imię Nazwisko . . . . grupa A ... rz .... kol ....

1.	2.	3.	4.	5.	Σ.

1. Niech $f \in \mathbb{R}^{\mathbb{R}}$. Przy pomocy wyłącznie symboli logicznych, kwantyfikatorów (tylko nieograniczonych), zmiennych przebiegających zbiór liczb rzeczywistych oraz symboli podanych w nawiasach zapisać wyrażenie:

a) *Funkcja f ma dokładnie jedno maximum*$(<, \leqslant, 0)$

b) *Funkcja f przyjmuje jedynie dodatnie wartości, ale dowolnie bliskie zeru*$(<, \leqslant, 0)$

2. Niech $R \subseteq \mathbb{R}^{\mathbb{N}} \times 2^{\mathbb{R}}$ będzie relacją zdefiniowaną następująco $aRX \Leftrightarrow \forall n \in \mathbb{N}\ \forall x \in X\ a_n \leqslant x$. Czy R jest funkcją ? Jeśli tak to wyznaczyć jej dziedzinę oraz zbiór wartości.

3. Dana jest funkcja $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x, y) = (x - y^2)(y - x^2)$.
Wyznaczyć $f(\mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+) =$
Naszkicować $f^{-1}((\{0\}))$.

4. Zbadać własności(zwrotność, symetryczność, przechodniość, antysymetryczność) relacji $R \subseteq \mathbb{R}^{\mathbb{N}} \times \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ zdefiniowanej następująco

$$aRb \Leftrightarrow a = b \vee (\exists k \in \mathbb{N})(\forall n \geqslant k)\ a_n < b_n.$$

5. Czy $R \subset \mathbb{R}^{\mathbb{R}} \times \mathbb{R}^{\mathbb{R}}$ określoną następująco

$$fRg \Leftrightarrow \exists a \in \mathbb{R}_+ \exists b \in \mathbb{R}_+ \forall x \in \mathbb{R}\ f(x) = ag(bx)$$

jest relacją równoważności? Uzasadnić odpowiedź. Podać klasę abstrakcji funkcji $id(x) = x$.

Imię Nazwisko . . . . grupa A ... rz .... kol ....

1.	2.	3.	4.	5.	Σ.

1. Niech $f \in \mathbb{R}^{\mathbb{R}}$, $a \in \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$. Przy pomocy wyłącznie symboli logicznych, kwantyfikatorów (tylko nieograniczonych), zmiennych przebiegających zbiór liczy rzeczywistych oraz symboli podanych w nawiasach zapisać wyrażenie:

a) *Funkcja f przyjmuje osiąga maximum jedynie dla dodatnich argumentów*$(<, \leqslant, 0)$

b) *Ciąg a przyjmuje swoje maksimum dla nieskończenie wielu argumentów* $(<, \leqslant, 0)$

2. Niech $R \subseteq \mathbb{R}^{\mathbb{R}} \times 2^{\mathbb{R}}$ będzie relacją zdefiniowaną następująco $fRX \Leftrightarrow \forall x \in \mathbb{R} \forall y \in X \; f(x) \geqslant y$. Czy R jest funkcją ? Jeśli tak to wyznaczyć jej dziedzinę oraz zbiór wartości.

3. Dana jest funkcja $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x, y) = y^2 - x^4$.
Wyznaczyć $f(\mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+) =$
Naszkicować $f^{-1}((\{0\}))$.

4. Zbadać własności(zwrotność, symetryczność, przechodniość, antysymetryczność) relacji $R \subseteq \mathbb{R}^{\mathbb{N}} \times \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ zdefiniowanej następująco

$$aRb \Leftrightarrow (\exists k \in \mathbb{N})(\forall n \geqslant k)\ a_n \geqslant b_n.$$

5. Czy $R \subset \mathbb{R}^{\mathbb{R}} \times \mathbb{R}^{\mathbb{R}}$ określoną następująco

$$fRg \Leftrightarrow \exists a \in \mathbb{R}\ \exists b \in \mathbb{R}\ \forall x \in \mathbb{R}\ f(x) = g(x-a) + b$$

jest relacją równoważności? Uzasadnić odpowiedź. Podać klasę abstrakcji funkcji $id(x) = x$.